

## Johdatus tilastolliseen päättelyyn, 5. harjoitus (Viikko 17: 23.–26.4.2013)

1. Kartonkitehdas lupaa asiakkaille, että tietyn kartonkilaadun  $m^2$ -paino on keskimäärin vähintään  $\mu_0 = 100 \text{ g/m}^2$ . Näytepalan  $m^2$ -painoa voidaan pitää osapuulleen normaalijakautuneena. Tuotannosta otettiin  $n = 10$  näytepalaa, joiden  $m^2$ -painoja mallinnetaan satunnaisotoksena normaalijakaumasta. Testaa merkitsevyydellä 0.05 hypoteesia  $H_0 : \mu \geq \mu_0$ , kun mitatut  $m^2$ -painot ( $\text{g/m}^2$ ) ovat

97.0, 98.0, 99.1, 98.8, 98.3, 99.4, 101.2, 97.8, 100.4, 100.9

2. Johda hypoteesia  $H_0 : \mu \geq \mu_0$  vastaava duaalinen  $t$ -luottamusväli (ks. taulukko 6.2) ratkaisemalla, mitä arvoja  $\mu_0$  vastaavat nollahypoteesit tulisi hyväksytyä tässä yksisuuntaisessa  $t$ -testissä, kun merkitsevyydellä  $\alpha$ , otoskoko on  $n$ , havaintojen otoskeskiarvo on  $\bar{y}$  ja niiden otosvarianssi on  $s^2$ . Laske tämä väli tehtävän yksi aineistolle.

3. Olet laskenut tietystä aineistosta tietyllä tilasto-ohjelmalla odotusarvoparametrille  $\mu$  kaksisuuntaisen  $t$ -luottamusvälin luottamustasolla 0.99. Tulos oli  $[0.07, 4.65]$ . Olet tuhonnut aineiston, eikä sinulla ole siitä mitään muita tietoja tallella.

Sano kustakin seuraavista väitteistä, onko se oikein vai väärin. Perustele valintasi.

- Luottamustason 0.95 kaksisuuntainen  $t$ -luottamusväli sisältyy väliin  $[0.07, 4.65]$ .
- Kun merkitsevyydellä on 0.01, kaksisuuntainen  $t$ -testi hyväksyy nollahypoteesin  $\mu = 0$ .
- Kun merkitsevyydellä on 0.05, kaksisuuntainen  $t$ -testi hylkää nollahypoteesin  $\mu = 0$ .
- Hypoteesia  $\mu = 0$  vastaavan kaksisuuntaisen  $t$ -testin  $p$ -arvo on suurempi kuin 0.01.

4. Planeetan Z tutkijat ovat havahtuneet pohtimaan, onko otoskoko 10 ollut riittävä luotettavien johtopäätösten tekemiseen. He ottavat sinuun yhteyttä asian selvittämiseksi. Tehtävänäsi on laskea, kuinka suuri otoskoon pitäisi vähintään olla, kun normaalijakaumaa  $N(\mu, 1)$  noudattavan populaation odotusarvoa testataan  $z$ -testillä

$$H_0 : \mu \leq 0, \quad H_1 : \mu > 0,$$

merkitsevyydellä 0.05, ja vaatimuksena on, että testin voiman pitää olla vähintään 90 %, jos odotusarvo on todellisuudessa  $\mu_1 = 0.2$ .

5. Luennolla tehdyn kyselytutkimuksen perusteella miespuolisten opiskelijoiden pituuden otoskeskiarvo ja otoskeskihajonta ovat

$$\bar{y}_1 = 180.08, \quad s_1 = 7.518, \quad n_1 = 37,$$

ja naisopiskelijoiden pituuden otoskeskiarvo ja otoskeskihajonta ovat

$$\bar{y}_2 = 168.14, \quad s_2 = 7.445, \quad n_2 = 36.$$

Mallinamme mittaukset riippumattomilla otoksilla normaalijakautuneista populaatioista  $N(\mu_1, \sigma^2)$  ja  $N(\mu_2, \sigma^2)$ , jossa populaatioiden varianssit ovat samat.

- Testaa merkitsevyydellä 0.05, onko mies- ja naisopiskelijoilla sama keskimääräinen pituus.
- Laske kaksisuuntainen 95 %:n luottamusväli erotukselle  $\mu_1 - \mu_2$ .

Taulukko 1: 20 koehenkilön PASI-pistemäärä ennen hoitoja ja 8 hoitokerran jälkeen.

Henkilö	ennen	jälkeen
1	5.9	5.2
2	7.6	12.2
3	12.8	4.6
4	16.5	4.0
5	6.1	0.4
6	14.4	3.8
7	6.6	1.2
8	5.4	3.1
9	9.6	3.5
10	11.6	4.9
11	11.1	11.1
12	15.6	8.4
13	9.6	5.8
14	15.2	5.0
15	21.0	6.4
16	5.9	0.0
17	10.0	2.7
18	12.2	5.1
19	20.2	4.8
20	6.2	4.2

6. Woo ja McKenna (*British Journal of Dermatology*, 2003) tutkivat uuden psoriasisin hoitomuodon hyvyttä. Yksi psoriasisin vakavuutta mittaavista kriteereistä on PASI-pistemäärä (*Psoriasis Area and Severity Index*), jossa pienempi pistemäärä tarkoittaa parempaa tulosta. PASI mitattiin kahdellekymmenelle henkilölle ennen hoitoa ja 8 hoitokerran jälkeen. Tulokset on taulukossa 1.

- a) Testaa tilanteeseen sopivalla testillä 5 %:n merkitsevyytasolla nollahypoteesia, jonka mukaan hoidolla ei ole vaikutusta PASI-pistemäärään.
- b) Laske estimaatti sekä 95 %:n luottamusväli populaatio-odotusarvojen erotukselle  $\mu_1 - \mu_2$ , jossa alaindeksi 1 tarkoittaa tilannetta ennen hoitoa ja alaindeksi 2 tilannetta hoidon jälkeen.