

Inversio-ongelmat, kevät 2013

6. harjoitus 1.2.2013

1. Olkoon  $f, g \in S(\mathbb{R}^n)$ . Todista että

$$\mathcal{F}(h(ax))(\xi) = a^{-n} \widehat{h}\left(\frac{\xi}{a}\right), \quad a > 0 \quad (1)$$

ja

$$\mathcal{F}(e^{ib \cdot x} f(x))(\xi) = \widehat{f}(\xi - b) \quad (2)$$

2. Olkoon  $f \in S(\mathbb{R}^n)$ . Todista että

$$\mathcal{F}(x_j h(x))(\xi) = i \frac{\partial}{\partial \xi_j} \widehat{h}(\xi). \quad (3)$$

3. Olkoon  $X$  ja  $Y$  Banach avaruuksia eli täydellisiä normiavaruuksia ja olkoon  $D \subset X$  tiheä joukko. Olkoon  $A : D \rightarrow Y$  lineaarinen kuvaus s.e.

$$\|Ax\|_Y \leq C\|x\|_X, \quad x \in D. \quad (4)$$

Todista, että on olemassa yksikäsitteinen kuvaus  $A^{ext} : X \rightarrow Y$  s.e.

$$\|A^{ext}x\|_Y \leq C\|x\|_X, \quad x \in X \quad (5)$$

ja  $A^{ext}x = Ax$  kaikilla  $x \in D$ .

4. Selvitä [http://www.fmwconcepts.com/imagemagick/fourier\\_transforms/fourier.html#defocus](http://www.fmwconcepts.com/imagemagick/fourier_transforms/fourier.html#defocus) sivulta miten defocusing-algoritmi toimii. Mitä tapahtuu kun virhettä lisätään?