

## Matematiikan ja tilastotieteen laitos

### Geometria 2013

#### Harjoitus 6

11. 3. alkavalle viikolle

Tehtävät 1, 2 ja 3 liittyvät pisteen potenssiin ympyrän suhteen. Aihetta on käsitelty Väisälän kirjan sivulla 117.

1. Miten kolmion kulman puolittaja jakaa vastakkaisen sivun? Todista väitteesi. (Väisälän kirjasta löytyy ko. teoreema ja sen todistus, joten sieltä opiskelu riittää. Tavoitteena on voida esittää todistus toiselle ilman muistiinpanoja.)
2. Kolmiossa kulman puolittajat kulkevat keskijanojen leikkauspisteen kautta. Mitä tiedät tämän perusteella? Todista väitteesi.
3. Ympyrän  $y$  säde on  $r$  ja pisteen  $P$  etäisyys ympyrän keskipisteestä on  $2r$ . Laske Pisteen  $P$  potenssi ympyrän  $y$  suhteen.
4. Määritä ne pisteet, joiden potenssi ympyrän  $x^2 + y^2 = 1$  on yhtä suuri kuin niiden potenssi ympyrän  $x^2 + (y-4)^2 = 4$  suhteen.
5. Todista Pythagoraan lause käyttäen pisteen potenssia ympyrän suhteen. Voit esimerkiksi käyttää ympyrää, jonka keskipiste on hypotenuusan päätepiste ja säde tästä lähtevä kateetti.
6. Kuution kärjet ovat pisteet  $(a, b, c)$ , missä kukin koordinaatti on 0 tai 1. Ötökkä kulkee pitkin kuution pintaa. Määritä pisteiden  $(0, 1/3, 3/4)$  ja  $(1, 2/3, 1/4)$  välinen lyhimmän reitin pituus.
7. Säännöllisen tetraedrin särmä on  $a$ . Ötökkä kulkee pitkin tetraedrin pintaa. Määritä kahden tahkon keskipisteen välinen etäisyys.
8. Kuinka kaukana voivat edellisen tehtävän tetraedrin pinnan kaksi pistettä olla ötökkämme kannalta?