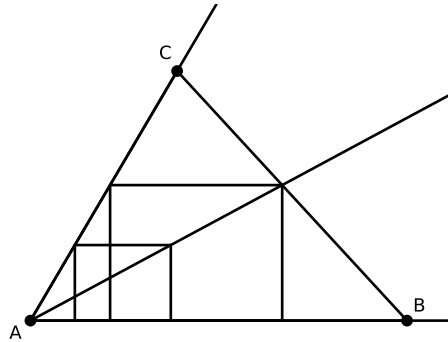


Tehtävä 7. Piirrä harpilla ja viivaimella annetun suorakulmion muotoinen suorakulmio, jonka kärjet ovat annetun kolmion sivuilla. Homotetiasta on apua.

Ratkaisu. Olkoon annettu kolmio ABC . Homotetiaa käytettäessä on löydettävä sopiva homotetiakeskus ja asetettava annetut kuvat siten, että homotetia skaalaa kuvat halutulla tavalla.

Tehtävän tapauksessa homotetiakeskuksen valinta ei ole välttämättä helppoa, mutta kannattaa lähteä pohtimaan tilannetta halutusta lopputuloksesta käsin. Koska lopputuloksena halutaan suorakulmio, jonka kaikki kärjet ovat kolmion sivuilla, voitaisiin ajatella, että helpoin homotetia olisi sellainen, joka säilyttäisi suurimman osan suorakulmion pisteistä kolmion sivujen suuntaisilla suorilla.

Valitaan homotetiakeskukseksi kolmion kärki A . Ideana on siirtää suorakulmio kolmion sisään niin, että kolme sen nurkista on kolmion kyljillä AB ja AC . Tällöin homotetia säilyttää nuo nurkat kolmion kyljillä, ja tarvitsee ainoastaan pitää huolta siitä, että skaalaus siirtää viimeisen nurkan kärjen A vastaiselle sivulle.



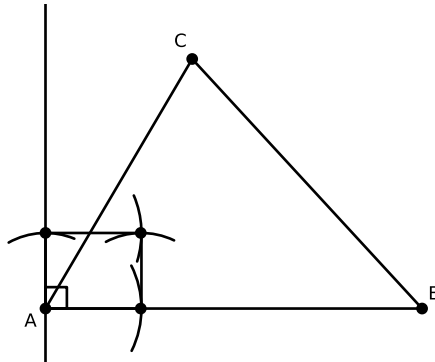
Tehtävää ratkaistaessa joudutaan toistuvasti piirtämään erilaisia suorakulmioita eri kohtiin kuviota. Tämä ei ole vaikeaa, jos osataan piirtää

- annetun pisteen kautta annetulle suoralle normaali
- annetun pisteen kautta annetun suoran kanssa yhdensuuntainen suora.

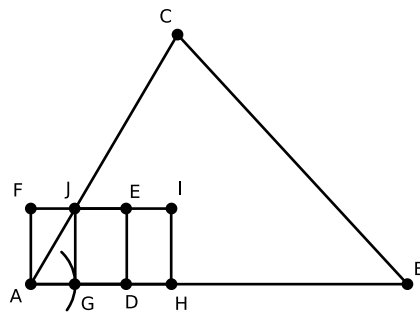
Ratkaisussa nämä taidot oletetaan tunnetuiksi. Ne voi halutessaan kerrata Väisälän kirjan pykälistä 19 § ja 26 §.

Aloitetaan siirtämällä annettu suorakulmio oikeaan paikkaan kolmiossa. Aivan ensimmäiseksi siirrämme suorakulmion siten, että sen alasuora on kolmion sivulla AB ja vasen alanurkka yhtyy kärkeen A . Suorakulmion siirtäminen onnistuu piirtämällä janalle AB normaali pisteeseen A , erottamalla tältä normaalilta harpilla yksi suorakulmion

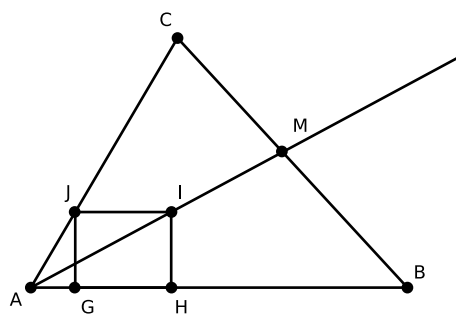
sivuista, erottamalla kyljeltä AC toinen suorakulmion sivu sekä täydentämällä kuvio suorakulmioksi.



Tämän jälkeen siirretään saatua suorakulmiota $ADEF$ oikealle siten, että sen vasen ylänurkka F siirtyy kolmion kyljelle AC (tai sen jatkeelle jos suorakulmio on kolmiota suurempi). Olkoon J piste, jossa suorakulmion ylälaita (tai sen jatke) leikkaa kolmion sivua AC (tai sen jatketta). Otetaan harpilla etäisyys $|FJ|$ ja mitataan vastaava etäisyys kolmion kärjestä A sivua AB pitkin. Olkoon näin löydetty piste G . Nyt voidaan piirtää samalla tavalla kuin edellinenkin suorakulmio sen kanssa yhtenevä suorakulmio $GHIJ$ niin, että sen vasemmaksi sivuksi tulee GJ ja alareuna GH on kolmion kyljellä AB .



Lopulta asetelma on valmis homotetiaa varten. Piirretään kolmion kärjestä A säde suorakulmion nurkan I kautta. Olkoon M piste, jossa säde leikkaa kolmion kyljen BC . Tästä pisteestä tulee ratkaisusuorakulmion eräs nurkka. Muut nurkat ovat kolmion kyljillä AB ja AC .



Kuvio voidaan täydentää suorakulmioksi seuraavasti. Piirretään pisteen M kautta normaali kolmion kyljelle AB , jolloin saadaan nurkka L . Sitten piirretään pisteen M kautta kyljen AB kanssa yhdensuuntainen suora. Piste N , jossa viimeksi mainittu suora leikkaa kyljen AC on eräs suorakulmion nurkista, ja tuosta voidaan jälleen pudottaa normaali kyljelle AB . Piste, jossa viimeksi mainittu normaali leikkaa kyljen AB , on viimeinen nurkka K .

