

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Geometria 2013

Harjoitus 8

Tehtävissä 1 – 6 käsitellään asioita, jotka liittyvät luennoilla käynnissä olevaan inversion ja Poincaré'n kiekkomallin tarkasteluun. (Asiaan liittyviä kopioita M. J. Greenbergin kirjasta saa luennoitsijalta.) Tehtävissä 7 ja 8 harjoitellaan trigonometrisiä yhtälöitä.

1. Oletetaan, että ympyröiden  $\gamma$  ja  $\delta$  keskipisteet ovat O ja P. Oletetaan, että ympyrät leikkaavat toisensa kohtisuoraan pisteissä A ja B. Laske kulmien  $\angle AOB$  ja  $\angle APB$  summa.
2. Oletetaan, että ympyrä  $\delta$  leikkaa ympyrää  $\gamma$  kohtisuoraan. Määritä ympyrän  $\delta$  kuva inversiossa ympyrän  $\gamma$  suhteen. Miten yksittäiset ympyrän  $\delta$  pisteet kuvautuvat?
3. Piirrä ympyrää  $\gamma$  vastaavaan Poincaré'n kiekkomalliin  $30^\circ$  kulma, jonka kärki ei ole ympyrän  $\gamma$  keskipiste.
4. Tarkastellaan homotetiaa, jonka homotetiakeskus on origo ja homotetiasuhde on 3. Määritä suoran  $2x + 3y = 4$  kuvajoukon yhtälö.
5. Tarkastellaan samaa homotetiaa kuin tehtävässä 4. Määritä ympyrän  $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 1$  kuvajoukon yhtälö.
6. Tarkastellaan samaa homotetiaa kuin tehtävässä 4. Määritä ympyrän  $(x - 1)^2 + y^2 = 9$  kuvajoukon yhtälö.
7. Ratkaise yhtälö  $\sin 2x = \cos x$ .
8. Ratkaise yhtälö  $2 \sin x + 3 \cos x = 1$  etsimällä ensin  $r$  ja  $\phi$ , joille  $2 = r \sin \phi$  ja  $3 = r \cos \phi$ .