

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Geometria 2013

Harjoitus 7

1. Kuution särmä on a . Kaksi eri tasoa on kohtisuorassa (samaa) avaruuslävistäjää vasten. Molemmat kulkevat kuution kolmen kärjen kautta. Laske kuution tasojen väliin jäävän osan tilavuus.
2. Oletetaan, että ABC ja DEF ovat teräväkulmaisia kolmioita. Miten harpilla ja viivaimella voidaan piirtää sellainen kolmio $D'E'F'$, joka on yhdenmuotoinen kolmion DEF kanssa ja jonka kärjet ovat kolmion ABC sivuilla?
3. Miten harpilla ja viivaimella voidaan piirtää säännöllinen 10-kulmio? Kannattaa tutkia Väisälän kirjaa!
4. Yhdistetään tetraedrin vastakkaisten särmien keskipisteet. Osoita, että kaikki yhdysjanat leikkaavat samassa pisteessä, joka on jokaisen yhdysjanan keskipiste. (Emme oleta, että tetraedri on säännöllinen.) Tehtävässä voi käyttää esim. vektoreita.
5. Tarkastellaan ympyrää γ , jonka keskipiste on O ja säde r . *Inversio* tämän ympyrän kuvaa pisteen A sellaiselle puolisuoran OA pisteelle A' , että $|OA| \cdot |OA'| = r^2$. Miten inversio ympyrän $x^2 + y^2 = 1$ suhteen kuvaa suoran $x = 0$ pisteen $(0, y)$, jos $y \neq 0$?
6. Tarkastellaan edelleen inversiota ympyrän $x^2 + y^2 = 1$ suhteen.
(a) Määritä pisteen $(x, 2)$ kuva.
7. Tutkitaan pisteen $(x, 2)$ kuvapistettä edellisen tehtävän inversiossa.
(a) Laske tämän kuvapisteen etäisyys pisteestä $(0, \frac{1}{4})$.
(b) Mikä on suoran $y = 2$ kuvajoukko tarkasteltavassa inversiossa.
8. Tarkastellaan edelleen inversiota ympyrän $x^2 + y^2 = 1$ suhteen. Määritä suoran $x = 1$ kuva tässä inversiossa. Kannattaa tarkastella kuvapisteen etäisyyttä pisteestä $(\frac{1}{2}, 0)$.