

## Matematiikan ja tilastotieteen laitos

### Geometria 2013

#### Harjoitus 3

#### 4.2. alkavalle viikolle

1. Tarkastellaan kahta toistensa ulkopuolella olevaa ympyrää, joiden säteet ovat eri suuret. Miten harpilla ja viivaimella voidaan piirtää niiden yhteiset tangentit?

2. Paraabeli on niiden  $(x,y)$ -tason) pisteitten joukko, jotka ovat yhtä kaukana ns. johtosuorasta ja ns. polttopisteestä. Muodosta yhtälö paraabelille, jonka

(a) polttopiste on  $(0, 1)$  ja johtosuora on  $y = -1$ ;

(b) polttopiste on  $(1, 1)$  ja johtosuoran yhtälö on  $x - y - 2 = 0$ .

3. Ellipsi on niiden  $(x,y)$ -tason) pisteiden joukko, joiden ns. polttopisteistä mitattujen etäisyyksien summa on vakio. Johda yhtälö ellipsille, jonka polttopisteet ovat  $(-1, 0)$  ja  $(1, 0)$  ja jolle ko. etäisyyksien summa on 3.

4. Hahmottele käyrä  $x^2 - y^2 = 1$ . Mikä yhteys sillä on suoriin  $y = x$  ja  $y = -x$ ?  
Perustelu!

5. Hyperbeli on niiden  $(x,y)$ -tason) pisteiden joukko, joiden ns. polttopisteistä mitattujen etäisyyksien erotuksen itseisarvo on vakio. Muodosta yhtälö hyperbelille, jonka polttopisteet ovat  $(-1, 0)$  ja  $(1, 0)$  ja jolle ko. erotus on 1.

6. Joukko  $K$  reaalityyppisiä lukuja on *kunta*, jos se sisältää luvut 0 ja 1 ja se on suljettu yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskun (nimittäjä ei 0) suhteen. Osoita, että joukko

$$\{r + s 2^{1/2} \mid r, s \text{ rationaalilukuja}\}$$

on kunta.

7. Osoita, että joukko

$$\{r + s 2^{1/3} + t 2^{2/3} \mid r, s \text{ ja } t \text{ rationaalilukuja}\}$$

on kunta.

8. Määritä suppein kunta, joka sisältää luvut  $2^{1/2}$  ja  $3^{1/2}$ .