

## Matematiikan ja tilastotieteen laitos

### Geometria 2013

#### Harjoitus 10

Tällä kertaa tutkaillaan tehtävissä 2 - 8 Poincarén kiekkomallia yksikköympyrän  $x^2 + y^2 = 1$  tapauksessa ja erityisesti mallin kahden pisteen etäisyyttä.

1. Janasta poistetaan keskimäinen kolmannes. Jäljelle jääneistä osajanoista poistetaan jälleen keskimäinen kolmannes. Poistamista jatketaan loputtomiin poistamalla jokaisella askeleella jäljellä olevista osajanoista keskimäinen kolmannes. Mikä on poistettujen osien yhteinen pituus verrattuna janan alkuperäiseen pituuteen?
2. Etsi mallin piste  $A$ , jonka etäisyys  $d(O,A)$  origosta  $O$  on 1. Millaisen joukon kaikki tällaiset pisteet muodostavat?
3. Laske etäisyydet  $d((3/100, 0), (4/100,0))$  ja  $d((97/100, 0), (98/100,0))$ .
4. Etsi mallista pisteet  $A$  ja  $B$ , joille  $d(A,B) = e^{1000}$ .
5. Tarkastellaan pisteitä  $A(1/2,0)$  ja  $B(0,-3/4)$ . Määritä niiden kuvat inversiossa yksikköympyrän suhteen.
6. Tarkastellaan edellisen tehtävän pisteitä. Ympyrä kulkee pisteiden  $A$  ja  $B$  kautta ja leikkaa yksikköympyrän kohtisuoraan. Määritä ympyrän keskipiste ja säde. Voit käyttää tietoa, että ympyrä on kohtisuorassa yksikköympyrää vastaan, jos se kulkee jonkin pisteen  $C$  ja sen kuvan  $C'$  kautta (kun tarkastellaan inversiota yksikköympyrän suhteen.)
7. Tarkastellaan edellisen tehtävän pisteitä. Missä pisteissä edellisessä tehtävässä määritetty ympyrä leikkaa yksikköympyrän?
8. Tarkastellaan tehtävän 4 pisteitä. Määritä niiden etäisyys  $d(A,B)$ .