

ELEMENTÄR TALTEORI

5. RÄKNEÖVNINGARNA

- (1) På 25.1.2013 hittades det 48. mersennenprimtal

$$2^{57885161} - 1.$$

Hitta ordningen hos talet 2 i denna modulo. Vad är ordningen hos 4 och 8? (Kolla Lemma 36 i den nya versionen av kompendiet. Det var fel i versionen från 3.2.)

- (2) Låt en *karakter* χ modulo 11 vara följande funktion: $\chi(2) = -1$, $\chi(0) = 0$, $\chi(m+11) = \chi(m)$ och $\chi(mn) = \chi(m)\chi(n)$. Beräkna karaktärens värde i alla restklassen modulo 11. (Talet 2 är en primitiv rot.)
- (3) Visa att talet $\sqrt{6}$ är irrationellt.
- (4) Visa att talet $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ är irrationellt.
- (5) Låt talet $\alpha > 0$ vara irrationellt. Gäller det att talet $\sqrt[n]{\alpha}$ är irrationellt för varje positivt heltal n ?
- (6) Låt $n > 1$ vara heltal. Visa att talet $\sqrt[n]{n}$ är irrationellt.