

ELEMENTÄR TALTEORI

2. RÄKNEÖVNINGARNA

Några studerande frågade mig hur är det lätt att se att

$$\sigma(p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_k^{\alpha_k}) = \prod_{j=1}^k \frac{p_j^{\alpha_j+1} - 1}{p_j - 1}.$$

när $p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_k^{\alpha_k}$ är primtalsfaktorisering till n . Därför handlar övningarna 1 och 2 om den här ekvationen.

- (1) Visa att $\sigma(p^k) = \frac{p^{k+1}-1}{p-1}$, med p primtal och k positivt heltal. (Det finns många olika möjligheter att lösa problem, t.ex. induktion. Tänk först vilka tal är delare till p^k .)
- (2) Nu för alla tal n . Först, varför är

$$\sigma(p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_k^{\alpha_k}) = \sum_{\substack{0 \leq j_1 \leq \alpha_1 \\ 0 \leq j_2 \leq \alpha_2 \\ \vdots \\ 0 \leq j_k \leq \alpha_k}} p_1^{j_1} p_2^{j_2} \cdots p_k^{j_k}?$$

Byta summeringsordningen, så att du får en summa för varje p_k . Använda övning 1 eller summaformeln till en geometrisk följd.

- (3) Lösa diofantisk ekvation $5x + 3y = 2$.
- (4) Beräkna $\text{sgd}(72, 56)$ och lös diofantisk ekvation $72x - 56y = 8$.
- (5) Lösa diofantisk ekvation $72x - 56y = 7$.
- (6) R. G. dricker mycket kaffe. Han uppskattar att minst 24 paket kaffe behövs. Typ A av kaffe kostar 3 euro och typ B 5 euro per paket, och han vill använda exakt 100 euro. Eftersom typ B är en av hans favoriter, vill han köpa den minst lika många paket som typ A. Hur många förpackningar av varje kaffesort kommer han att ta hem från butiken?