

Algebra I

19.2.2013

Helsingin yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö

Käytännön asioita

- Kurssikoe järjestetään ke 27.2. klo 12.00-15.00. Koealue on luvut 1–8 muutamien poikkeuksien. (Katso kurssisivu.)
- Jos et pääse kurssikokeeseen ja haluat osallistua korvaavaan kokeeseen, ota yhteyttä luennoitsijaan mahdollisimman pian.
- Haluaisitko ohjausta koeviikolle? Mikä aika olisi hyvä?
 - 1 ma 10–12
 - 2 ma 12–14
 - 3 ma 14–16
 - 4 ti 10–12
 - 5 ke 10–12
 - 6 jokin muu aika

Virittäminen

Määritelmä

Olkoon G ryhmä ja g sen alkio. Pienintä aliryhmää, joka sisältää alkion g , kutsutaan *alkion g virittämäksi aliryhmäksi* ja merkitään symbolilla $\langle g \rangle$.

Lause

Ryhmän G alkion g virittämä aliryhmä voidaan kirjoittaa muodossa

$$\langle g \rangle = \{g^n \mid n \in \mathbb{Z}\}.$$

Alkion virittämän aliryhmän määrittäminen

Lemma 1

Olkoon G ryhmä ja g jokin sen alkio. Oletetaan, että positiiviselle kokonaisluvulle n pätee $g^n = e$. Tällöin

$$\langle g \rangle = \{e, g, g^2, \dots, g^{n-1}\}.$$

Esimerkki

- Alkion 7 virittämä aliryhmä ryhmässä \mathbb{Z} .
- Alkion 4 virittämä aliryhmä ryhmässä K_{16} .

Jakoyhtälö

Lause

Olkoot a ja b kokonaislukuja. Oletetaan, että $b \neq 0$. Tällöin on olemassa yksikäsitteiset $q, r \in \mathbb{Z}$, joille pätee

$$a = qb + r \quad \text{ja} \quad 0 \leq r < |b|.$$

Jäännösluokkatehtävät

- 1 Tein jäännösluokkatehtäviä ja ne sujuivat ihan hyvin.
- 2 Tein jäännösluokkatehtäviä, mutta ne tuntuivat hankalilta.
- 3 Yritin, mutta en osannut.
- 4 En ehtinyt.
- 5 En tehnyt jostakin muusta syystä.

<http://aktivator.jamo.fi>

Jäännösluokat

- Kellotauluryhmässä K_{12} lasketaan modulo 12. Esimerkiksi

$$5 \oplus 9 = 2,$$

sillä $5 + 9 = 14 \equiv 2 \pmod{12}$

- Jäännösluokka $[2]_{12}$ vastaa alkiota 2 kellotauluryhmässä K_{12} .
- Joukko $\mathbb{Z}_{12} = \{[0]_{12}, [1]_{12}, \dots, [11]_{12}\}$ on kuin kellotauluryhmä K_{12} .