

Algebra I

26.3.2013

Helsingin yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö

Käytännön asioita

- Kokeet on tarkistettu. Kokeenkatsomistilaisuudet ovat tänään klo 10.00–11.00 ja huomenna klo 13.00–14.00 salissa C130.
- Kokeen keskiarvo oli hieman alle 14 pistettä.
- Tarkista laskuharjoituspisteesi kurssisivulla olevasta taulukosta.

Rengas

Määritelmä

Joukko R kahdella laskutoimituksella $+$ ja \cdot varustettuna on *rengas*, jos seuraavat ehdot ovat voimassa:

- (R1) Pari $(R, +)$ on vaihdannainen ryhmä.
- (R2) Laskutoimitus \cdot on liitännäinen.
- (R3) Laskutoimituksella \cdot on neutraalialkio.
- (R4) Kaikilla $a, b, c \in R$ pätevät *osittelulait*:

$$a(b + c) = ab + ac \quad \text{ja} \quad (a + b)c = ac + bc.$$

Alirengas

Määritelmä

Oletetaan, että $(R, +, \cdot)$ on rengas ja $S \subset R$. Sanotaan, että kolmikko $(S, +, \cdot)$ on renkaan $(R, +, \cdot)$ *alirengas*, jos seuraavat ehdot toteutuvat:

(AR1) Pari $(S, +)$ on ryhmän $(R, +)$ aliryhmä.

(AR2) Kaikilla $a, b \in S$ pätee $ab \in S$.

(AR3) $1_R \in S$.

Rengas voi sisältyä toiseen renkaaseen olematta alirengas

Tutkintaan renkaan \mathbb{Z}_6 osajoukkoa

$$R = \{[0]_6, [2]_6, [4]_6\}.$$

Kokonaisluvut renkaan alkioina

Olkoon R rengas ja n mikä tahansa positiivinen kokonaisluku. Sovitaan, että

- $n = n \cdot 1_R$
- $-n = -(n \cdot 1_R)$
- $0 = 0_R$

Mitä renkaan \mathbb{Z}_4 alkioita vastaa kokonaisluku 6? Entä mitä matriisirenkaan $M_3(\mathbb{R})$ alkioita se vastaa?

Luento 26.3.2013 - Rengastehtävä

Mitä renkaan $R = \{[0]_6, [2]_6, [4]_6\}$ alkioita kokonaisluku 5 vastaa?

- 1 $[0]_6$
- 2 $[2]_6$
- 3 $[4]_6$
- 4 Ei mitään alkioita
- 5 En tiedä

Lisäkysymys: Mitä alkioita vastaa -9 ?

<http://aktivator.jamo.fi>