

# Algebra I

19.3.2013

Helsingin yliopisto  
Matematiikan ja tilastotieteen laitos  
Johanna Rämö

# Sivuluokka

Jäännösluokkaryhmällä  $\mathbb{Z}_{12}$  on aliryhmä  $H = \{[0]_{12}, [4]_{12}, [8]_{12}\}$ .  
Määritetään aliryhmän  $H$  vasemmat sivuluokat.

# Sivuluokkien ominaisuuksia

## Lemma 1

*Olkoon  $G$  ryhmä, jolla on aliryhmä  $H$ , ja olkoot  $a, b \in G$ . Seuraavat ehdot ovat yhtäpitävät:*

- 1  $a^{-1}b \in H$
- 2  $a \in bH$
- 3  $b \in aH$
- 4  $aH = bH$ .

# Lagrangen lause

## Lause

Olkoon  $G$  äärellinen ryhmä, jolla on aliryhmä  $H$ . Aliryhmän  $H$  kertaluku jakaa ryhmän  $G$  kertaluvun, ja

$$[G : H] = \frac{|G|}{|H|}.$$

# Indeksi

## Määritelmä

Olkoon  $H$  ryhmän  $G$  aliryhmä. Aliryhmän  $H$  indeksi  $[G : H]$  on  $H$  :n vasenten sivuluokkien lukumäärä.

# Indeksi

## Määritelmä

Olkoon  $H$  ryhmän  $G$  aliryhmä. Aliryhmän  $H$  indeksi  $[G : H]$  on  $H$  :n vasenten sivuluokkien lukumäärä.

Mikä seuraavassa väitteessä on pielessä?

Indeksi määritetään Lagrangen lauseen avulla:

$$[G : H] = \frac{|G|}{|H|}.$$

# Esimerkki

Määritetään indeksi  $[\mathbb{Z} : 5\mathbb{Z}]$ .