Tariffiteorian laskuharjoitus 6, 29.2.2012

Kaikissa tehtävissä riskikollektiivi ja merkinnät ovat kohdan 5.1.1 mukaisia. Jos P on käytössä oleva vakuutusmaksu, merkitään

$$L(P) = \mathbb{E}\left((\mu(\theta) - P)^2\right).$$

1. Olkoon vuoden $n+1$ maksu P vahinkohavaintoihin $X_1, \ldots, X_n$ perustuva Bayes-estimaattori,

$$P = \mathbb{E}\left(\mu(\theta) | X_1, \ldots, X_n\right).$$

Osoita, että

$$L(P) = \mathbb{E}\left(\mathrm{Var}(\mu(\theta) | X_1, \ldots, X_n)\right).$$

2. Olkoon vuoden $n+1$ maksu kollektiivin keskiarvo, $P = \mu$. Osoita, että

$$L(P) = \mathbb{E}\left(\mathrm{Var}(\mu(\theta)|X_1, \ldots, X_n)\right) + \mathrm{Var}\left(\mathbb{E}(\mu(\theta)|X_1, \ldots, X_n)\right).$$

3. Olkoon vuoden $n+1$ maksu P vahinkohavaintoihin $X_1, \ldots, X_n$ perustuva credibility-maksu. Osoita, että

$$L(P) = \frac{zm}{n}.$$

4. Oletetaan, että riskikollektiivissa kunkin vakuutetun vuotuinen vahinkomäärä noudattaa yhdistettyä Poisson-jakaumaa siten, että yksittäisen vahingon suuruuden Z jakauma on sama kaikilla vakuutetuilla. Poisson-parametri vaihtelee siten, että riskiparametrin ϑ arvoa v vastaava Poisson-parametri on λv, missä $\lambda > 0$ on tunnettu vakio. Momentit $a_1 = \mathbb{E}(Z)$ ja $a_2 = \mathbb{E}(Z^2)$ ovat myös tunnettuja. Oletetaan lisäksi, että $\mathbb{E}(\theta) = 1$ ja $\mathrm{Var}(\theta) = 1$. Määrää yhteen havaintovuoteen perustuva credibility-maksu.

5. (jatkoa) Oletetaan, että vuodelta 1 on käytettävissä vakuutetuittain vahinkojen lukumäärä K_1. Olkoon $\mu(\vartheta) = \mathbb{E}(X_1|\vartheta)$, missä X_1 on vakuutetun ensimmäisen vuoden kokonaisvahinkomäärä. Määrää vakiot a ja b siten, että keskineliöpoikkeama

$$\mathbb{E}\left([\mu(\vartheta) - (a + bK_1)]^2\right)$$

minimoituu.