

Tariffiteorian laskuharjoitus 5, 22.2.2012

1. Erään vakuutuslajin hinnoittelu perustuu kahteen tariffitekijään A ja B . Kussakin tariffitekijöiden arvojen määräämässä solussa jokaisen vakuutetun vahinkojen lukumäärä noudattaa samaa Poisson-jakaumaa. Vahinkojen lukumäärän odotusarvolle R_{ij} parin $A = i, B = j$ määräämässä solussa käytetään log-lineaarista mallia

$$R_{ij} = e^{\alpha_i + \beta_j}, \quad \alpha_i, \beta_j \in \mathbb{R}, \quad i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J.$$

Esitä suurimman uskottavuuden menetelmään perustuvat välttämättömät ehdot parametreille α_i, β_j ja osoita, että ratkaisu johtaa marginaalisummien menetelmään.

2. (jatkoa). Vahingon suuruuden odotusarvolle Q_{ij} käytetään tulomallia,

$$Q_{ij} = \alpha_i \beta_j, \quad \alpha_i, \beta_j \in \mathbb{R}, \quad i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J.$$

Kussakin tariffitekijöiden arvojen määräämässä solussa jokaisen vakuutetun vahinkojen lukumäärä noudattaa samaa eksponenttijakaumaa. Osoita, että suurimman uskottavuuden menetelmään perustuvat välttämättömät ehdot parametreille ovat

$$\alpha_i = \left(\sum_{j=1}^J \frac{r_{ij} n_{ij}}{\beta_j} \right) \left(\sum_{j=1}^J n_{ij} \right)^{-1}, \quad \beta_j = \left(\sum_{i=1}^I \frac{r_{ij} n_{ij}}{\alpha_i} \right) \left(\sum_{i=1}^I n_{ij} \right)^{-1},$$

$i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J$.

3. Määrää riskikollektiivin credibility-kerroin degeneroituneessa tapauksessa, missä

$$\mathbb{P}(\vartheta = v_0) = 1$$

eräälle $v_0 \in \mathbb{R}$. Perustele tuloksen mielekkyyttä.

4. Olkoon riskikollektiivissa rakennemuuttujan ϑ jakauma

$$\mathbb{P}(\vartheta = 1) = 0.5, \quad \mathbb{P}(\vartheta = 2) = 0.5.$$

Oletetaan, että vakuutetun vuotuisen kokonaisvahinkomäärän ehdollinen jakauma ehdolla $\vartheta = v$ on Poisson-jakauma parametrilla v . Yhtiö määrää vuoden kolme vakuutusmaksun ehdollisena odotusarvona

$$P = \mathbb{E}(\mu(\vartheta) | X_1, X_2),$$

missä X_n on vakuutetun vuoden n kokonaisvahinkomäärä ja

$$\mu(v) = \mathbb{E}(X_1 | \vartheta = v).$$

Eräällä vakuutetulla $X_1 = 2$ ja $X_2 = 4$. Määrää vuoden 3 vakuutusmaksu.

5. Olkoon riskikollektiivi kuten tehtävässä 4. Yhtiö määrää vuoden kolme vakuutusmaksun credibility-kaavan mukaisesti vuosien 1 ja 2 havaintojen perusteella. Määrää vuoden 3 vakuutusmaksu, kun kahden ensimmäisen vuoden vahinkomäärät ovat $X_1 = 2$ ja $X_2 = 4$.