Tariffiteorian laskuharjoitus 3, 8.2.2012

Tehtävissä tarkastellaan *tariffiperiaatteita* kuvauksina H ei-negatiivisten satunnaismuuttujien joukolta reaaliakselille. Kullekin satunnaismuuttujalle X funktion arvo $H(X)$ tulkitaan kokonaisvahinkomäärää X vastaavaksi vakuutusmaksuksi.

Olkoon $v > 0$ kiinteä. Kaikki odotusarvot seuraavassa oletetaan äärellisiksi.

(i)	Odotusarvoperiaate:	$H(X) = (1+v)\mathbb{E}(X)$.
(ii)	Keskihajontaperiaate:	$H(X) = \mathbb{E}(X) + v\sqrt{\mathrm{Var}(X)}$.
(iii)	Varianssiperiaate:	$H(X) = \mathbb{E}(X) + v\mathrm{Var}(X)$.
(iv)	Esscherin periaate:	$H(X) = \mathbb{E}\left(Xe^{vX}\right) / \mathbb{E}\left(e^{vX}\right)$.

Tarkastellaan seuraavia ominaisuuksia:

a) $H(X+Y) = H(X) + H(Y)$ aina, kun X ja Y ovat riippumattomia.

b) $H(X) \leq H(Y)$ aina, kun $\mathbb{P}(X \leq Y) = 1$.

1. Osoita, että odotusarvoperiaatteessa sekä a) että b) toteutuvat.

2. Osoita, että a) toteutuu varianssiperiaatteessa mutta ei toteudu keskihajontaperiaatteessa.

3. Osoita, että b) ei toteudu varianssiperiaatteessa. (Opastus: tarkastele satunnaismuuttujia X_m, $\mathbb{P}(X_m = m) = p$, $\mathbb{P}(X_m = 0) = 1 - p$, kiinteällä p:n ja sopivalla m:n arvolla.)

4. Osoita, että Esscherin periaatteessa $H(X) \geq \mathbb{E}(X)$. Milloin yhtäsuuruus on voimassa.

5. Osoita, että a) toteutuu Esscherin periaatteessa.