

Tariffiteorian laskuharjoitus 2, 1.2.2012

1. Vakuutetun n kokonaisvahinkomäärä on X_n , alkupääoma a_n ja utiliteettifunktio u_n ,

$$u_n(x) = \mu_n^{-1} (1 - e^{-\mu_n x}), \quad x \in \mathbb{R},$$

missä $\mu_n > 0$ on vakio, $n = 1, \dots, N$. Yhtiön alkupääoma on A_0 ja utiliteettifunktio U ,

$$U(x) = \mu_0^{-1} (1 - e^{-\mu_0 x}), \quad x \in \mathbb{R},$$

missä $\mu_0 > 0$ on vakio. Oletetaan, että $\mathbb{P}(X_n = 0) > 0$ ja että $\text{Var}(X_n) > 0, \forall n$. Lisäksi oletetaan, että $\mathbb{E}(e^{sX_n})$ on äärellinen kaikilla $s > 0, \forall n$.

Osoita, että tasapainotilassa vakuutetun n korvausfunktio \bar{r}_n määräytyy ehdosta

$$\bar{r}_n(X_n) = \frac{\mu_n}{\mu_0 + \mu_n} X_n \quad \text{m.v.}$$

2. (jatkoa) Osoita, että tasapainotilassa hinnoittelijaksi ϕ voidaan ottaa

$$\phi = C \prod_{n=1}^N e^{\frac{\mu_0 \mu_n}{\mu_0 + \mu_n} X_n},$$

missä $C > 0$ on vakio.

3. (jatkoa) Esscherin tariffiperiaatteessa kokonaisvahinkomäärän Y vakuutusmaksu on

$$\mathbb{E}(Y e^{vY}) / \mathbb{E}(e^{vY}),$$

missä $v > 0$ on kokonaisvahinkomäärästä riippumaton vakio. Osoita, että tasapainohinnat määräytyvät Esscherin tariffiperiaatteen mukaisesti.

4. (jatkoa) Olkoot P_1, \dots, P_N tasapainohinnat. Korvataan vakuutetun n kokonaisvahinkomäärä X_n muuttujalla X'_n , missä $X'_n = X_n + \xi_n$ ja ξ_n on positiivinen muuttujista X_1, \dots, X_N riippumaton satunnaismuuttuja. Muiden vakuutettujen kokonaisvahinkomäärät säilytetään ennallaan. Olkoot P'_1, \dots, P'_N tasapainohinnat näin syntyvillä markkinoilla. Osoita, että $P'_n > P_n$ ja että $P'_m = P_m, \forall m \neq n$.

5. Vakuutusmarkkinoiden kaikkien toimijoiden utiliteettifunktiot ovat aidosti kasvavia ja aidosti konkaaveja. Vakuutetun n kokonaisvahinkomäärä X_n on sellainen, että $\text{Var}(X_n) > 0$. Olkoon \bar{r}_n vakuutetun n korvausfunktio tasapainotilassa. Osoita, että $\mathbb{P}(\bar{r}_n(X_n) = X_n) < 1$.