Tariffiteorian laskuharjoitus 1, 25.1.2012

Tehtävissä 1-4 vakuutetun alkupääoma on a_0 ja utiliteettifunktio u,

$$u(x) = -\frac{1}{2}x^2 + bx, \quad x \in \mathbb{R},$$

missä b on vakio. Kokonaisvahinkomäärällä X on jakauma

$$\mathbb{P}(X = 0) = 0.8, \quad \mathbb{P}(X = 1) = 0.15, \quad \mathbb{P}(X = 10) = 0.05.$$

Vakuutetulla on mahdollisuus pitää omalla vastuullaan korvauksista haluamansa määrä X^{ov}, kunhan

$$0 \leq X^{ov} \leq X. \tag{1}$$

Jäljelle jäävästä osasta yhtiö perii vakuutusmaksun $P = (1 + v)\mathbb{E}(X - X^{ov})$, missä v on vakio. Optimoinnit suoritetaan utiliteetin odotusarvohypoteesin mukaisesti vakuutetun näkökulmasta. Parametreilla on arvot $a_0 = 20$, $b = 25$ ja $v = 0.1$.

1. Olkoon X^{ov} muotoa $X^{ov} = qX$, missä $q \in (0, 1)$ on vakio. Määrää q siten, että vakuutetun vastuulle jäävä kokonaisvahinkomäärä on odotusarvolla mitattuna 10 prosenttia X:stä. Määrää myös sopimuksesta syntyvä utiliteetin odotusarvo tulevan vuoden lopussa.

2. (jatkoa) Määrää optimaalinen sellainen ehdon (1) täyttävä X^{ov}, jolle vakuutetun vastuulle jäävä kokonaisvahinkomäärä on odotusarvolla mitattuna 10 prosenttia X:stä. Määrää myös sopimuksesta syntyvä utiliteetin odotusarvo tulevan vuoden lopussa ja vertaa tätä edellisen tehtävän vastaavaan suureeseen.

3. (jatkoa) Olkoon $X^{ov} = \min(X, M)$, missä $M \in [0, 1]$ on vakio. Määrää optimaalinen omavastuuraja M.

4. (jatkoa) Määrää optimaalinen X^{ov} ehdon (1) täyttävistä vaihtoehdoista.

5. Olkoon vakuutetun utiliteettifunktio u aidosti kasvava, aidosti konkaavi ja kaikkialla kahdesti derivoituva. Vakuutettava kokonaisvahinkomäärä olkoon X. Olkoon $\mu = \mathbb{E}(X)$ äärellinen. Yhtiö tarjoaa sopimusta, jossa yhtiö maksaa määrän rX korvauksista, missä $r \in [0, 1]$ on vakuutetun valittavissa. Vakuutusmaksu on $r(\mu + v)$, missä $v \geq 0$ on osuudesta r riippumaton vakio.

Vakuutettu valitsee osuuden r utiliteetin odotusarvohypoteesin mukaisesti. Osoita, että $r < 1$, jos $v > 0$, ja että $r = 1$, jos $v = 0$.