

Logiikka 1, Kevät 2012
Kertaustehtäviä 1. kurssikokeeseen
HY Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Koealueeseen kuuluu:

- Propositiolauseet, totuusjakaumat ja lauseen totuus totuusjakaumalla
- Lauseiden välinen looginen seuraus (\Rightarrow) sekä ekvivalenssi (\Leftrightarrow)
- Lauseiden rakenne, rakennepuu, totuustaulu ja semanttinen puu
- Luonnollinen päättely ja eheyslause

1. Määrittele *propositiologiikan lauseet, totuusjakauma* sekä *lauseen A totuusarvo totuusjakaumalla v* .

2. Piirrä lauseelle $\neg(p_0 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_0))$

- a) jäsennyspanu
- b) totuustaulu
- c) semanttinen puu.

3. Piirrä lauseelle $((p_1 \vee p_2) \wedge \neg(p_1 \leftrightarrow p_0)) \vee \neg(p_0 \rightarrow p_1)$

- a) jäsennyspanu
- b) totuustaulu
- c) semanttinen puu.

4. Määrittele termit *tautologia*, *ristiriita* ja *kontingenti*.

5. Ovatko seuraavat lauseet tautologioita, ristiriitoja, vaiko kontingenteja? Perustele esimerkiksi totuustaululla.

- a) $((p_0 \rightarrow p_1) \wedge (p_0 \rightarrow \neg p_2)) \rightarrow \neg(p_1 \leftrightarrow p_2)$
- b) $((\neg p_1 \rightarrow p_3) \leftrightarrow \neg(\neg(p_1 \rightarrow p_2) \wedge p_3))$
- c) $\neg(p_0 \rightarrow \neg(p_0 \rightarrow \neg(p_0 \rightarrow \neg p_0)))$

6. Osoita, että jos totuusjakauma v toteuttaa propositiolauseen $\neg(p_0 \rightarrow (p_1 \wedge p_0))$, niin se toteuttaa myös lauseen $\neg p_1$. Älä käytä totuustaulua.

7. Osoita, että vaikka totuusjakauma v toteuttaisi lauseen $\neg p_1$, niin se ei silti välttämättä toteuta lausetta $\neg(p_0 \rightarrow (p_1 \wedge p_0))$. Älä käytä totuustaulua.

8. Määrittele *looginen seuraus* (\Rightarrow) ja *looginen ekvivalenssi* (\Leftrightarrow).

9. Osoita, että $\neg(C \rightarrow A) \Rightarrow \neg(A \vee \neg(B \vee C))$, kun A , B ja C ovat mielivaltaisia propositiolauseita. **(Tässä oli aiemmin virhe.)**

10. Osoita, että $(p_0 \leftrightarrow p_1) \Leftrightarrow ((p_0 \wedge p_1) \vee (\neg p_0 \wedge \neg p_1))$.

11. Etsi jokin propositiolause, jossa ei esiinny muita konnektiiveja kuin \neg sekä \wedge ja joka on ekvivalentti lauseen

- a) $(p_0 \vee p_1)$
- b) $(p_0 \rightarrow p_1)$
- c) $(A \wedge (B \vee C))$
- d) $(A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C))$

kanssa. Perustele esimerkiksi totuustaululla tai vetoamalla suoraan totuuden määritelmään.

12. Etsi jokin propositiolause, jossa ei esiinny muita konnektiiveja kuin \neg ja \rightarrow , ja joka on ekvivalentti lauseen

- a) $(p_0 \vee p_1)$
- b) $(p_0 \wedge p_1)$
- c) $(p_0 \leftrightarrow p_1)$
- d) $(p_1 \vee (p_2 \wedge p_3))$
- e) $((p_0 \wedge \neg p_2) \leftrightarrow p_3)$

kanssa. Perustele esimerkiksi totuustaululla tai vetoamalla suoraan totuuden määritelmään.

13. Etsi semanttisen puun avulla totuusjakauma, joka toteuttaa lauseen

- a) $\neg(p_0 \leftrightarrow ((p_0 \rightarrow \neg p_1) \wedge \neg p_1))$
- b) $((p_0 \leftrightarrow \neg p_1) \leftrightarrow (p_1 \leftrightarrow p_2))$
- c) $((p_0 \rightarrow \neg p_1) \wedge (p_1 \rightarrow \neg p_0)) \wedge (p_0 \rightarrow (p_2 \wedge \neg p_2))$.

14. Osoita semanttisen puun avulla, että lause

- a) $((p_0 \leftrightarrow p_1) \wedge (p_1 \leftrightarrow \neg p_0))$
- b) $\neg((\neg p_0 \vee p_1) \rightarrow \neg(p_0 \wedge \neg p_1))$
- c) $\neg((\neg p_3 \leftrightarrow \neg p_2) \rightarrow (p_3 \vee \neg p_3))$

on ristiriita.

15. Päättelä luonnollisella päättelyllä $\neg(p_0 \rightarrow (p_1 \wedge \neg p_2))$ oletuksesta $p_0 \wedge p_2$.

16. Päättelä luonnollisella päättelyllä $(p_0 \leftrightarrow p_1)$ oletuksesta $(\neg p_0 \wedge \neg p_1)$.

17. Päättelä luonnollisella päättelyllä $((\neg A \vee B) \leftrightarrow (A \rightarrow B))$ ilman oletuksia.

18. Päättelä luonnollisella päättelyllä $((A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)) \rightarrow (A \leftrightarrow B)$ ilman oletuksia. **(Tätä tehtävää on muutettu.)**

19. Mitä propositiologiikan eheyslause sanoo? Anna esimerkki eheyslauseen soveltamisesta molempiin suuntiin, siis sekä suoraan että epäsuorasti.

- 20.** Osoita, että luonnollisella päättelyllä ei voida päätellä lausetta $(\neg p_0 \wedge \neg p_1)$ oletuksesta $(p_0 \leftrightarrow p_1)$.
- 21.** Päättele luonnollisella päättelyllä $(A \rightarrow C)$ lauseista $(A \rightarrow (B \vee C))$ ja $\neg B$. **Tässä(kin) tehtävässä oli virhe, joka on nyt korjattu.**
- 22.** Päättele luonnollisella päättelyllä oletuksista $(p_0 \rightarrow p_1)$, $(p_1 \rightarrow p_2)$ ja $(p_2 \rightarrow p_0)$ lause $(p_0 \leftrightarrow p_1)$.
- 23.** Osoita, että luonnollisella päättelyllä ei voida päätellä lausetta $(p_0 \leftrightarrow \neg p_1)$ lauseista $(p_0 \rightarrow \neg p_1)$ ja $(\neg p_1 \rightarrow \neg p_0)$.
- 24.** Osoita, että luonnollisella päättelyllä ei voida päätellä lausetta $(p_1 \leftrightarrow (p_2 \leftrightarrow p_3))$ lauseista $(p_1 \leftrightarrow p_2)$ ja $(p_2 \leftrightarrow p_3)$.
- 25.** Tee vuoden 2011 Logiikka I -kurssin laskuharjoitukset 1-5.