

Logiikka 1, Kevät 2012

Harjoitus 1

Palautuspäivä 18.1.

HY Matematiikan ja tilastotieteen laitos

1. Tee itsellesi selväksi mitä sanat ”syntaksi” ja ”semantiikka” tarkoittavat. Kumpi seuraavista lauseista on semanttisilta ja kumpi syntaktisilta ominaisuuksiltaan lähempänä lausetta ”Ilpon lempiruoka on makaroni.”? Perustele.

- a) Ilpon lempiruoka on salaatti.
- b) Pastaa Ilpo syö mielellään.

2. Ovatko seuraavat sanaparit syntaktisilta vaiko semanttisilta ominaisuuksiltaan samankaltaisia?

- a) ”rosoinen” ja ”rasvainen”
- b) ”karhea” ja ”rosoinen”
- c) ”diktaattori” ja ”yksinhallitsija”
- d) ”hiiri” ja ”hiili”
- e) ”salaatti” ja ”bataatti”

3. Merkitään propositiosymboleilla seuraavia lauseita:

p_0 : Iiro juhlii
 p_1 : Iiro opiskelee
 p_2 : Iiro valmistuu

Kirjoita seuraavat väittämät propositiolauseina.

- a) Jos Iiro opiskelee, hän valmistuu.
- b) Jos Iiro opiskelee ja valmistuu, niin Iiro valmistuu ja juhlii.
- c) Iiro ei valmistu opiskelematta.
- d) Iiro joko juhlii tai opiskelee, muttei molempia.
- e) Iiro valmistuu ja juhlii ja opiskelee, muttei juhli ellei valmistu.

4. Kuinka monta symbolia on seuraavissa propositiologiikan kielen merkkijonoissa?

- a) $p_0p_0p_0$
- b) p_{99999}
- c) $(p_0) \wedge \vee \wedge (p_0)$
- d) $((p_2 \wedge p_3) \rightarrow p_5)$

5. Kuinka monta symbolia on seuraavissa propositiologiikan kielen merkkijonoissa?

- a) p_{100}
- b) $p_1 \rightarrow p_2(p_3)\neg$
- c) $(p_0 \rightarrow (p_0 \wedge \neg p_0))$

d) $((\neg p_1 \vee \neg p_2) \leftrightarrow \neg(p_1 \wedge p_2))$

6. Mitkä seuraavista merkkijonoista ovat propositiolauseita?

- a) $\rightarrow \neg()$
- b) (p_0)
- c) $(p_4 \wedge \neg p_6)$
- d) $p_5 \rightarrow p_2$
- e) $\neg\neg\neg\neg\neg p_6$

7. Mitkä seuraavista merkkijonoista ovat propositiolauseita?

- a) $p_0 \wedge (p_1 \rightarrow p_2)$
- b) $(p_1) \leftrightarrow (p_{11})$
- c) $p_7 \rightarrow p_4$
- d) $(p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \neg p_4)$

*8. Luettele kaikki seuraavien lauseiden alilauseet. Mitkä niistä ovat välittömiä alilauseita?

- a) $\neg\neg\neg\neg p_3$
- b) $(A \vee \neg A)$, missä A on mikä tahansa propositiologiikan lause.
- c) $\neg(p_0 \rightarrow (\neg p_0 \leftrightarrow p_0))$
- d) $\neg\neg(A \vee (\neg B \vee C))$, missä A, B ja C ovat mitä tahansa propositiologiikan lauseita.

9. Piirrä seuraavien propositiolauseiden jäsennykspuut.

- a) p_0
- b) $(\neg p_3 \vee \neg p_6)$
- c) $\neg(p_3 \vee \neg p_6)$
- d) $(\neg(p_0 \wedge \neg p_1) \leftrightarrow \neg\neg(p_0 \rightarrow p_7))$
- e) $((p_7 \vee p_4) \wedge \neg p_7)$

*10. Piirrä seuraavien propositiolauseiden jäsennykspuut.

- a) $\neg((p_0 \wedge p_1) \rightarrow (\neg p_0 \wedge \neg p_1))$
- b) $(\neg p_0 \wedge ((p_1 \rightarrow p_2) \vee (p_3 \leftrightarrow \neg p_4)))$

11. Laadi totuustaulut seuraaville propositiolauseille.

- a) $(\neg p_0 \wedge p_0)$
- b) $((p_0 \rightarrow p_1) \rightarrow p_0)$
- c) $(p_0 \vee \neg p_0)$
- d) $((p_0 \rightarrow p_2) \vee (\neg p_1 \rightarrow p_0))$

*12. Laadi totuustaulut seuraaville propositiolauseille.

- a) $((p_1 \vee p_2) \leftrightarrow (p_2 \wedge p_1))$

- b) $((p_0 \rightarrow (\neg p_1 \wedge p_2)) \rightarrow \neg(p_2 \leftrightarrow p_1))$
 c) $((\neg p_0 \leftrightarrow p_1) \rightarrow ((\neg p_1 \wedge p_2) \rightarrow (\neg p_0 \leftrightarrow p_1)))$

13. Osoita totuustaululla, että seuraavat propositiolauseet ovat tautologioita.

- a) $\neg(p_0 \wedge \neg p_0)$
 b) $\neg(A \leftrightarrow \neg A)$, missä A on mielivaltainen propositiolause **Tässä oli aiemmin virhe.**
 c) $((p_0 \rightarrow p_1) \leftrightarrow (p_1 \vee \neg p_0))$
 d) $((\neg A \rightarrow \neg B) \leftrightarrow (B \rightarrow A))$, missä A ja B ovat mielivaltaisia propositiolauseita

***14.** Keksi vähintään 15 symbolin pituinen propositiolause, joka on

- a) tautologia.
 b) ristiriita.
 c) kontingentti.

Laadi lauseillesi myös totuustaulut.

15. Olkoon v totuusjakauma, jolla $v(n) = 1$, kun $n = 0, 2, 3$ tai 6 , ja muulloin $v(n) = 0$. Mitkä ovat seuraavien lauseiden totuusarvot jakaumalla v ?

- a) p_0
 b) p_1
 c) p_4
 d) $(p_2 \rightarrow p_2)$
 e) $\neg(p_2 \wedge (p_1 \rightarrow p_6))$
 f) $((p_0 \wedge \neg p_1) \wedge (p_2 \wedge \neg p_4))$
 g) $((p_1 \leftrightarrow (p_0 \rightarrow p_4)) \vee (\neg p_1 \leftrightarrow (\neg p_3 \vee p_2))) \wedge p_1$

16. Olkoon v totuusjakauma, jolla $v(n) = 1$, kun n on alkuluku, ja muulloin $v(n) = 0$. Olkoon v' puolestaan totuusjakauma, jonka arvo parillisilla luvuilla on 1 ja parittomilla 0. Mitkä ovat seuraavien lauseiden totuusarvot jakaumilla v ja v' ?

- a) $((p_1 \wedge p_2) \vee (\neg p_3 \wedge \neg p_4))$
 b) $(\neg(\neg p_0 \wedge \neg p_1) \leftrightarrow (p_2 \wedge p_3))$
 c) $((p_1 \rightarrow (p_3 \rightarrow p_2)) \rightarrow ((p_1 \rightarrow p_3) \rightarrow (p_3 \rightarrow p_2)))$

17. Olkoon A propositiolause ja v totuusjakauma. Mitkä seuraavista väitteistä pitävät paikkansa?

- a) $v[A] = v[\neg A]$
 b) $(A \rightarrow A)$ on propositiolause.
 c) $A = \neg\neg A$
 d) $v[A] = v[\neg\neg A]$
 e) $A\neg\neg$ on propositiolause

18. Anna esimerkki merkkijonoista A ja B , jotka *eivät* ole propositiolauseita, mutta joilla AB (merkkijono, joka saadaan kun laitetaan merkkijonot A ja B peräkkäin) on propositiolause.

19. Anna esimerkki merkkijonosta A , joka ei ole propositiolause, mutta jolla merkkijono $(A))$ on propositiolause.

***20.** Anna esimerkki merkkijonoista A ja B , jotka eivät ole propositiolauseita, mutta joilla $(A \rightarrow B)$ on propositiolause.