

Johdatus tilastolliseen päättelyyn, 5. harjoitus (23.–27.4.2012)

1. Tehdas väittää, että tietyn tiililaadun tiilien keskimääräinen murtumislujuus on vähintään 200 kg. Tuotannossa on hiljattain tehty muutoksia, minkä vuoksi tiilien ostaja vaatii tehdasta tekemään kokeen. Otskoolla $n = 50$ saadaan tiilen murtumislujuuden otoskeskiarvoksi $\bar{y} = 198$ kg ja otoskeskihajonnaksi $s = 5$ kg. Kokemuksesta tiedetään, että tiilen murtumislujuutta voidaan mallintaa satunnaisotoksena normaalijakaumaa noudattavasta populaatiosta.

Sinä toimit ostajan tilastollisena konsulttina. Testaa merkitsevyydellä 0.05 valmistajan väitteen paikkansapitävyyttä tilanteeseen sopivalla tilastollisella testillä.

2. Nollahypoteesia $H_0 : \mu = 0$ testattiin kaksisuuntaisella z -testillä, kun $n = 10$, $\bar{y} > 0$ ja $\sigma^2 = 1$. Testin p -arvo oli 0.062. Laske näiden tietojen avulla parametrille μ kaksisuuntainen 95 %:n luottamusväli. Joudut käyttämään joko tietokonetta tai standardinormaalijakauman kertymäfunktion taulukoita (jollainen löytyy esim. MAOL-taulukoista).

3. Planeetan Z tutkijat ovat havahtuneet pohtimaan, onko käytetty otoskoko 10 ollut riittävä luotettavien johtopäätösten tekemiseen. He ottavat sinuun yhteyttä asian selvittämiseksi. Tehtävänäsi on laskea, kuinka suuri otoskoon pitäisi vähintään olla, kun normaalijakaumaa $N(\mu, 1)$ noudattavan populaation odotusarvoa testataan z -testillä

$$H_0 : \mu \leq 0, \quad H_1 : \mu > 0,$$

merkitsevyydellä 0.05, ja vaatimuksena on, että testin voiman pitää olla vähintään 90 %, kun odotusarvo on todellisuudessa $\mu_1 = 0.2$.

4. Luennolla tehdyn kyselytutkimuksen perusteella miespuolisten opiskelijoiden pituuden otoskeskiarvo ja otoskeskihajonta ovat

$$\bar{y}_1 = 180.08, \quad s_1 = 7.518, \quad n_1 = 37,$$

ja naisopiskelijoiden pituuden otoskeskiarvo ja otoskeskihajonta ovat

$$\bar{y}_2 = 168.14, \quad s_2 = 7.445, \quad n_2 = 36.$$

Mallinamme mittaukset riippumattomilla satunnaisotoksilla normaalijakautuneista populaatioista $N(\mu_1, \sigma^2)$ ja $N(\mu_2, \sigma^2)$, jossa populaatioiden varianssit ovat samat.

a) Testaa merkitsevyydellä 0.05, onko mies- ja naisopiskelijoilla sama keskimääräinen pituus.

b) Laske kaksisuuntainen 95 %:n luottamusväli erotukselle $\mu_1 - \mu_2$.

5. Woo ja McKenna (*British Journal of Dermatology*, 2003) tutkivat uuden psoriasiksen hoitomuodon hyvyttä. Yksi psoriasis vakavuutta mittaavista kriteereistä on PASI-pistemäärä (*Psoriasis Area and Severity Index*), jossa pienempi pistemäärä tarkoittaa parempaa tulosta. PASI mitattiin kahdellekymmenelle henkilölle ennen hoitoa ja 8 hoitokerran jälkeen. Tulokset on taulukoitu paperin kääntöpuolella.

a) Testaa tilanteeseen sopivalla testillä merkitsevyydellä 95 % nollahypoteesia, jonka mukaan hoidolla ei ole vaikutusta PASI-pistemäärään.

b) Laske estimaatti sekä 95 %:n luottamusväli populaatio-odotusarvojen erotukselle $\mu_1 - \mu_2$, jossa alaindeksi 1 tarkoittaa tilannetta ennen hoitoa ja alaindeksi 2 tilannetta hoidon jälkeen.

Taulukko 1: 20 koehenkilön PASI-pistemäärä ennen hoitoja ja 8 hoitokerran jälkeen.

Henkilö	ennen	jälkeen
1	5.9	5.2
2	7.6	12.2
3	12.8	4.6
4	16.5	4.0
5	6.1	0.4
6	14.4	3.8
7	6.6	1.2
8	5.4	3.1
9	9.6	3.5
10	11.6	4.9
11	11.1	11.1
12	15.6	8.4
13	9.6	5.8
14	15.2	5.0
15	21.0	6.4
16	5.9	0.0
17	10.0	2.7
18	12.2	5.1
19	20.2	4.8
20	6.2	4.2