

JOHDATUS MODULIMUOTOIHIN JA LINNIKIN ONGELMAAN

6. LASKUHARJOITUKSET

- (1) Olkoon $E_{2\kappa}(z)$ normeerattu Eisensteinin sarja. Osoitettava (olettamatta Delignen arviota), että on olemassa vakiot a ja b , joilla funktion $E_{\kappa}(z)$ Fourier-kertoimille a_n pätee

$$an^{2\kappa-1} \leq |a_n| \leq bn^{2\kappa-1}.$$

- (2) Jatettava loppuun korollaan 88 todistus, eli todistettava, että

$$B_{\chi} \ll \left(q^{7/22} M^{7/11} + M^{7/8} \right) d(q)^2 \log M$$

- (3) Millainen on thetaryhmän Γ_{ϑ} perusalue?
(4) Olkoot f ja g painoa κ olevia kärkimuotoja ryhmän $SL(2, \mathbb{Z})$ suhteen ja olkoon \mathcal{F} perusalue. Osoita, että sisätulo

$$\langle f, g \rangle = \int_{\mathcal{F}} y^{\kappa} f(z) \overline{g(z)} d\mu z$$

on hyvin määritelty (eli se ei riipu perusalueen valinnasta), kun $d\mu z = y^{-2} dx dy$.
(Tämän avulla kärkimuodoille voidaan itse asiassa määrittellä Hilbertin avaruus.)