HY Johdatus matemaattiseen rahoitusteoriaan, Harjoitus-2 (02.02.2012)

Olkoon $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ todennäköisyysavaruus jossa $P(\omega_i) = 1/3, \quad i = 1, 2, 3$,

ja olkoon $(S_t(\omega), X_t(\omega), B_t : t = 0, 1)$ rahoitusinstrumentteja (t on aikaparametri).

jossa $B_0 = 1$, $B_1 = (1 + r)$, on riskitön instrumentti korolla $r = 1/8$.

Kun $t = 1$, olkoon

$$S_1(\omega_1) = 1, \quad S_1(\omega_2) = 3/2, \quad S_1(\omega_3) = 1/2$$
$$U_1(\omega_1) = 0, \quad U_1(\omega_2) = 1/2, \quad U_1(\omega) = 1$$

mutta emme ole vielä kiinnittäneet alkuhintoja (S_0, U_0) hetkellä $t = 0$.

1. Esitä arbitraasi-vapaiden hintapareja parille (S, U) alkuhetkellä $t = 0$, ja vastaavien hinnoittelutodennäköisyyksien joukko silloin kun valitaan numerääriksi B_t.

2. Esitä vastaavat riskineutraali todennäköisyyksien joukko silloin kun valitaan numerääriksi S_t.

3. Kirjoita numeräärin vaihdon vastaava hinnoittelutodennäköisyyksien välinen uskottavuus osamäärä.

4. Saako U_t olla numerääri ?

5. Riippuko arbitraasi-vapaiden hintaparien (S, U) joukko numeräärin valinnasta ?

6. Laske arbitraasi-vapaiden hintojen joukko hetkellä $t = 0$ kolmikolle (S, U, F) jossa $F = (S_1 - U_1)^+$ on swap- (vaihto) optio. Merkintä: $x^+ = \max(x, 0)$

7. Laske arbitraasi-vapaiden hintojen joukko hetkellä $t = 0$ vektorille (S, U, F, G) jossa $G = (U_1 - S_1)^+$ on toinen swap optio.

   Vihje $(S_1 - U_1) = (S_1 - U_1)^+ - (U_1 - S_1)^+$.