

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Geometria 2012

Harjoitus 11

16.4. alkavalle viikolle

Näissä harjoituksissa tehtävissä 3 – 8 harjoitellaan luennoilla esillä olleita aiheita analyyttisen geometrian näkökulmasta.

1. Todista käänteinen Pythagoraan lause: jos kolmion sivujen pituudet toteuttavat yhtälön $a^2 + b^2 = c^2$, niin kolmio on suorakulmainen
2. Onko olemassa kolmiota, jonka kahden kulman puolittajat ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan?
3. Kolmion sivujen pituudet ovat a , b ja c . Johda lauseke kolmion sisään piirretyn ympyrän säteelle. Esimerkiksi Heronin kaava auttaa.
4. Homotetian keskuksena on $(1, 2)$ ja suurennuskerroin on 3. Johda yhtälö suoran $y = 4x + 5$ kuvan yhtälölle.
5. Sama homotetia kuin edellisessä tehtävässä. Johda yhtälö ympyrän $(x-1)^2 + y^2 = 4$ kuvan yhtälölle.
6. Tutkitaan inversiota ympyrän $x^2 + y^2 = 1$ suhteen. Muodosta lauseke pisteen (a, b) kuvapisteelle.
7. Sama inversio kuin edellisessä tehtävässä. Johda (analyyttisen geometrian avulla) suoran $x = 2$ kuvan yhtälö.
8. Sama inversio kuin edellisessä tehtävässä. Johda ympyrän $(x-5)^2 + (y-7)^2 = 4$ kuvan yhtälö. Tässä kannattaa ehkä käyttää analyyttisen geometrian rinnalla luennoilla käsiteltyjen kopioiden tietoja sekä Lehtisen monistetta.