

## Epästationaariset aikasarjat kl 2012, HT 4, viikko 7

Kahdessa ensimmäisessä tehtävässä testataan empiirisesti yksikköjuuren olemassaoloa. Tarvittava R-koodi löytyy kurssisivulta. Koodin alussa on kerrottu miten voit halutessasi simuloida satunnaiskulkua noudattavan aikasarjan ja testata siinä yksikköjuuren olemassaoloa sekä tehdä pienimuotoisen simulointikokeen, joka havainnollistaa testin voimaa. Vaihtoehtoisesti voit käyttää JMulti-ohjelmistoa tai jotain muuta vastaavaa ohjelmistoa.

Ensimmäisen tehtävän aineisto koostuu muutamista Kanadan neljännesvuosittaisista taloudellisista aikasarjoista ajalta 1980 I - 2000 IV. Se on valmiina R-ohjelmistossa ja voidaan ottaa käyttöön R-koodissa kerrotulla tavalla. Jos käytät jotain muuta ohjelmistoa, voit ladata aineiston kurssisivulta. Toisen tehtävän aineisto on syksyn 2011 moniulotteisten aikasarjojen kurssilla käytetty erään Lydia E. Pinkham -lääkeyhtiön valmistaman tuotteen vuotuisista myyntituloista ja mainontamenoista koostuva kahden muuttujan aineisto ajalta 1907-1960 (luvut esitetty 1000 dollareina). Tämä aineisto löytyy kurssisivulta.

1. (i) Testaa onko R-koodissa esimerkkinä käytetyssä Kanadan työttömyyssarjassa (U) yksikköjuuri.  
(ii) Testaa onko Kanadan logaritmoidussa työllisyyssarjassa (e) yksikköjuuri.

*Huom.:* Testi vaatii ”sopivan” mallin valinnan, mihin kuuluu AR-mallin asteen valinnan lisäksi deterministisen komponentin valinta (eli valinta siitä sisällytetäänkö malliin vakio-termi tai lineaarinen aikatrendi tai ei kumpaankaan). Tämä koskee myös seuraavaa tehtävää.

2. Testaa onko Lydia Pinkham -aineiston kahdessa aikasarjassa yksikköjuuri.

3. Olkoon  $\hat{\beta}_*$  parametrin  $\beta_*$  SU-estimaattori (ks. monisteen s. 64-65). Osoita, että  $\hat{\beta}_*$ :n ortogonaaliseksi komplementiksi voidaan valita  $\hat{\beta}_{*\perp} = S_{11} [\hat{w}_{r+1} \cdots \hat{w}_n]$ , jossa merkinnät ovat kuten monisteen s. 65.

*Vihje:* Oletetaan normalisointi  $\hat{W}' S_{11} \hat{W} = I_n$ , jossa  $\hat{W} = [\hat{w}_1 \cdots \hat{w}_n]$  (ks. s. 65).

4. Olkoon  $\hat{\alpha}$  parametrin  $\alpha$  SU-estimaattori (ks. monisteen s. 63-64). Osoita, että  $\hat{\alpha}$ :n ortogonaaliseksi komplementiksi voidaan valita  $\hat{\alpha}_\perp = S_{00}^{-1} S_{01} [\hat{w}_{r+1} \cdots \hat{w}_n]$ , jossa merkinnät ovat kuten monisteen s. 64.

*Vihje:* Huomaa, että monisteen s. 65 esitetty yhtälöryhmä (7.11) voidaan kirjoittaa matriisimuodossa  $S_{11} \hat{W} \hat{L} = S_{10} S_{00}^{-1} S_{01} \hat{W}$ , jossa  $\hat{W}$  on kuten edellisen tehtävän viiheessä ja  $\hat{L} = \text{diag}[\hat{\lambda}_1 \cdots \hat{\lambda}_n]$ . Osittamalla tämä yhtälö ”sopivasti” ja kertomalla vasemmalta ”sopivalla” matriisilla saadaan haettu tulos.

*Huom.:* Edellisten tehtävien ratkaisua voidaan käyttää esimerkiksi, kun halutaan estimoida Grangerin esityslauseessa esiintyvä matriisi  $C = \beta_\perp (\alpha'_\perp \sum_{j=1}^{p-1} \Lambda_j \beta_\perp)^{-1} \alpha'_\perp$ .