Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Matematiikka tutuksi
Kesä 2015
Harjoitus 2 (ke 19.8.2015)

1. Olkoon $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{3, 4, 5\}$ ja $C = \{1, 2, 3\}$. Muodosta joukot
   (a) $A \cup B$
   (b) $B \cap \mathbb{Z}$
   (c) $A \setminus C$
   (d) $(A \cup C) \setminus B$
   (e) $A \cup (C \setminus B)$.

2. Kirjoita seuraavien joukkojen alkiot luettelomuodossa.
   (a) $\{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x < 5\}$
   (b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 2x + 1 = 0\}$

   Kirjoita seuraavat joukot muodossa $\{x \mid P(x)\}$, missä $P(x)$ tarkoittaa ehtoa, jonka x toteuttaa.
   (c) $\{3, 4, 5, 6\}$
   (d) $\{2, 4, 8, 16, 32, \ldots\}$

3. (a) Olkoon $A = \{1, 4, 6\}$. Määritä potenssijoukko $P(A)$.
   (b) Olkoon $B = \{2, \{3\}, 5\}$. Määritä potenssijoukko $P(B)$.
   (c) Jos joukossa X on n alkiota, niin kuinka monta alkiota on potenssijoukossa $P(X)$?

4. Olkoon X perusjoukko ja A, B sekä C joukon X osajoukkoja. Osoita, että
   $$(A \cap B \cap C)^c = A^c \cup B^c \cup C^c.$$
   Piirrä tilanteesta myös Vennin diagrammi. Muista, että kaksi joukkoa voidaan osoittaa samaksi osoittamalla, että molemmat joukot ovat toistensa osajoukkoja.

5. Keksi sellainen kuvaus, joka
   (a) on injektio
   (b) on surjektio mutta ei injektio

(c) on bijektio

(d) Keksi myös jokin kuvauksen tapainen esitys, joka ei kuitenkaan täytä kuvauksen määritelmää.

Käytä muita kuin tehtävässä 6 tarkasteltuja kuvauksia. Muista perustelut.

6. Piirrä seuraavat kuvaukset koordinaatistoon. Perustele kuvan avulla, ovatko kuvaukset injektioita, surjektioita tai bijektioita $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

   (a) $f(x) = x$

   (b) $f(x) = x^2$

   (c) $f(x) = 2x$

   (d) $f(x) = x - 1$

   (e) $f(x) = \begin{cases} x & \text{jos } x \geq 0 \\ x + 1 & \text{jos } x < 0. \end{cases}$