

## Mitta ja integraali

Kesä 2014

Vihjeitä harjoitustehtäviin 3

---

1. Muistele, mitä tiedät avointen ja suljettujen joukkojen mitallisuudesta ja mitallisten joukkojen leikkauksista ja yhdisteistä.
2. Palauta mieleesi edellisviikon tehtävä 5 ja Lause 1.39.
3. Mitän konvergenssista (Lause 1.58) on paljon hyötyä.
4. Huomaa, että tehtävän toisessa suunnassa riittää osoittaa, että  $m^*(A) \geq m^*(A \cap E) + m^*(A \setminus E) - \varepsilon$  kaikilla  $A \subseteq \mathbb{R}^n$  ja  $\varepsilon > 0$ . Huomautuksesta 1.4.4 voi olla hyötyä.
6. a) Esitä kuvaus  $fg$  jatkuvan ja mitallisen kuvauksen yhdisteenä.  
b) Hyödynnä a)-kohtaa ja tarkastele erikseen tapaukset  $(fg)^{-1}(+\infty)$  ja  $(fg)^{-1}(-\infty)$ .
7. Tarkastele erikseen tapaus, kun kuvaus  $f$  on kasvava, ja tapaus, kun kuvaus  $f$  on vähenevä, ja käytä Lausetta 2.12.