Stationaariset aikasarjat sl 2010 - kl 2011, HT 10, viikko 8

Kaksi ensimmäistä tehtävää on tarkoitus ratkaista käyttäen R-ohjelmistoa, jonka saa käyttöön kurssisivulla mainituista linkeistä. Tehtävän 2 voi ratkaista myös JMulti-ohjelmistolla, jossa ei kuitenkaan ole tehtävän 1 multiplikatiivista ARIMA-mallia. Jos käytät JMultia, voit ratkaista tehtävän 2 käyttäen JMultin VAR-modulia ja ei-multiplikatiivisia AR-malleja (ks. monisteen malli (4.6)). Aineistoina olevat aikasarjat wine (ks. monisteen Kuvio 1.3) ja OMX25 (ks. HT 4.1) löytyvät myös kurssisivulta samoin kuin R-ohjelmistoa käytettäessä tarvittavat koodit ohjeineen (aikaisempaa R-koodi_2-tiedostoa on täydennetty). Ratkaisut (eli empiiristen analyysien tulokset) tulostetaan ja palautetaan harjoitustilaisuudessa.

1. (i) Suorita wine-sarjalle ensin "sopiva muunnos", jotta saat sen "kohtuullisen stationaarisen" näköiseksi. Valitse tämän jälkeen estimoitua autokorrelaatio- ja osittaisautokorrelaatiofunktiota apuna käyttäen sarjalle SARIMA(p,d,q)×(P,D,Q)-malli ja estimoi valitsemasi mallin parametrit SU-menetelmällä.

(ii) Tutki estimoimasi mallin riittävyyttä monisteen s. 48-50 esitettyjä residuaalitarkasteluja käyttäen. Kokeile myös joitakin vaihtoehtoisia malleja samaan tapaan kuin tehtävässä 7.1.

Vihje: Koska sarjan vaihtelu näyttää kasvavan tason kasvaessa, kannattaa sarja ensin logaritmoida. Valinta tavallisen ja kausidifferensoinnin välillä ei ole ilmeistä ja voi vaatia kokeiluja (myös molempia näkee käytettävän samanaikaisesti). Auto- ja osittaisautokorrelaatiofunktion käyttö ei ole erityisen helppoa mallin asteiden valinnassa, mutta melko vähäparametrinen malli näyttäisi riittävän kohtuullisen hyvin.

2. Muunna OMX25-sarja ensin tuottosarjaksi kuten tehtävässä 4.1 ja estimoi tuottosarjalle GARCH-malli. Tutki myös estimoimasi mallin riittävyyttä.

3. Oletetaan, että ARCH(q)-mallissa pätee $\mathsf{E}\left(y_t^4\right) < \infty$ ja merkitään $\rho_{y^2}(k) = \mathsf{Cor}\left(y_t^2, y_{t-k}^2\right)$. Osoita, että $\rho_{y^2}(k) = \alpha_1 \rho_{y^2}(k-1) + \cdots + \alpha_q \rho_{y^2}(k-q)\,,\ \ k > 0.$

Vihje: Monisteen yhtälö (5.6), jota kannattaa muokata ensin "sopivasti".

4. Oletetaan, että GARCH(1,1)-mallissa pätee $\mathsf{E}\left(y_t^4\right) < \infty$. Osoita, että edellisen tehtävän merkinnöin $\rho_{y^2}(k) = (\alpha+\beta)^{k-1}\rho_{y^2}(1),\ k = 2, 3, \ldots.$ Koska oletuksesta $\mathsf{E}\left(y_t^4\right) < \infty$ seuraa $\alpha + \beta < 1$, tämä osoittaa, että $\rho_{y^2}(k) \to 0$, kun $k \to \infty$ ja että vaimeneminen on sitä hitaampaa mitä lähempänä ykköstä summa $\alpha + \beta$ on.

Vihje: Monisteen yhtälö (5.8), jota kannattaa muokata ensin "sopivasti".