

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Opettajalinjan työpaja II: Topologia I
Harjoitus 3
27.9.2010

1. 2:9 Määritä tason joukkojen $A = \{(x, y) : x^2 + 1 - y < 0\}$ ja $B = \{(x, y) : y < 0\}$ välinen etäisyys $d(A, B)$ (a) tavallisessa, (b) $\{0, 1\}$ -metriikassa.
2. 2:12 Olkoon $E = \text{raj}([0, 1], \mathbb{R})$ varustettuna sup-normilla. Määritä $d(A)$, kun $A = \{f_n : n \in \mathbb{N}\}$, jossa $f_n(x) = x^n$.
3. 3:3 Olkoon X metrinen avaruus, $G \subset X$ avoin, ja $F \subset G$ äärellinen. Todista, että $G \setminus F$ on avoin.
4. 3:10 Osoita, että metrisen avaruuden erakkopisteiden joukko on avoin.
5. 3:11 Todista, että äärellinen metrinen avaruus on diskreetti.
6. 4:1 Olkoot X ja Y metrisiä avaruuksia, Y diskreetti, ja $f : X \rightarrow Y$ jatkuva. Osoita, että jokaisella pisteellä $x \in X$ on ympäristö, jossa f on vakio.