

- 1:5 Todista, että yhtälö $\|x\|_1 = |x_1| + \dots + |x_n|$ määrittelee normin \mathbb{R}^n :ssä.
- 1:6 Olkoon E sisätuloavaruus ja $x, y \in E$. Todista ns. suunnikassääntö

$$\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2\|x\|^2 + 2\|y\|^2.$$

Osoita, ettei edellisen tehtävän normi toteuta tätä, joten se ei voi olla peräisin mistään sisätulosta.

- 1:8 Todista, että yhtälö

$$\|f\|_1 = \int_0^1 |f(x)| dx$$

määrittelee normin $C[0, 1]$:ssä.

- 2:2 Määritä tason \mathbb{R}^2 pallo $S(a, 1)$, kun $a = (3, 2)$ ja normina on $\|x\|_\infty = \max\{|x_1|, |x_2|\}$.
- 2:5 Olkoon E normiavaruus. Kun $x, y \in E$, merkitään $d(x, y) = \|x\| + \|y\|$, jos $x \neq y$ ja $d(x, x) = 0$. Osoita, että d on metriikka E :ssä. Piirrä pallot $S(a, r)$, kun $E = \mathbb{R}^2$, $a = 2e_1$ ja r saa arvot 1, 2, 3, 4, 5.
- 2:6 Olkoot d ja e metriikkoja joukossa X . Osoita, että myös $d+e$ ja $d \vee e$ ovat metriikkoja X :ssä. Tässä $(d+e)(x, y) = d(x, y) + e(x, y)$ ja $(d \vee e)(x, y) = \max\{d(x, y), e(x, y)\}$.