

Lukualueet

Harjoitus 5, syksy 2010

Tehtävät on, luonnollisesti, jaettu kahteen osaan. Ensimmäisen osan tehtävät, eli *lämmittelytehtävät*, on tarkoitettu itsenäisesti ratkaistaviksi, ja tehtävän lopussa on myös kerrottu oikea vastaus. Näitä ei ole tarkoitettu käsitellä laskuharjoituksissa, eikä niitä oteta huomioon kurssin läpäisyyn. Jos ne tuntuvat itsestäänselviltä, voit ne hyvällä omallatunnolla sivuuttaa. Tarkoitus on vain kehittää hieman perulaskujen mukanaan tuomaa rutiinia. Voit toki kysyä harjoituksissa, tai luennoilla, neuvoja mikäli et saa jotain tehtävää ratkaistua. Toisen osan tehtävät, eli *laskaritehtävät*, käsitellään harjoituksissa, ja ne otetaan huomioon kurssin suorituksessa.

Lämmittelytehtävät.

1. Laske seuraavien lukujen reaali- ja imaginaariosat:

$$a) \frac{1+i}{(2+i)^2} \quad b) (1+i)^3 \quad c) i^9.$$

Ratk.: a) $(7-i)/25$. b) $2\sqrt{2}(\cos(3i\pi/4) + i\sin(3i\pi/4))$. c) Reaaliosa on $= 0$, ja imaginaariosa on $= 1$.

2. Laske luvun $i(1+i) + (1+i)^2$ moduli.

Ratk.: $\sqrt{10}$.

Laskaritehtävät.

1. Lausu $\cos(4\phi)$ ja $\sin(4\phi)$ lukujen $\sin \phi$ ja $\cos \phi$ avulla.
2. Ratkaise yhtälö $x^2 + x + 6 = 0$.
3. Olkoon $z = -1 + i\sqrt{3}$. Laske z^{11} .

Vihje: Seuraavissa tehtävissä kannattaa käyttää napaesitystä $z = |z|(\cos \phi + i \sin \phi)$ ja Moivre'n kaavaa.

4. Ratkaise yhtälö $z^6 = 1$.
5. Ratkaise yhtälö $z^6 = -1$.
6. Olkoon $\omega = 1 - i$. Laske summa $1 + \omega + \dots + \omega^9$.