

Lukualueet

Harjoitus 4, syksy 2010

Tehtävät on, luonnollisesti, jaettu kahteen osaan. Ensimmäisen osan tehtävät, eli *lämmittelytehtävät*, on tarkoitettu itsenäisesti ratkaistaviksi, ja tehtävän lopussa on myös kerrottu oikea vastaus. Näitä ei ole tarkoitus käsitellä laskuharjoituksissa, eikä niitä oteta huomioon kurssin läpäisyyn. Jos ne tuntuvat itsestäänselviltä, voit ne hyvällä omallatunnolla sivuuttaa. Tarkoitus on vain kehittää hieman perulaskujen mukanaan tuomaa rutiinia. Voit toki kysyä harjoituksissa, tai luennoilla, neuvoja mikäli et saa jotain tehtävää ratkaistua. Toisen osan tehtävät, eli *laskaritehtävät*, käsitellään harjoituksissa, ja ne otetaan huomioon kurssin suorituksessa.

Lämmittelytehtävät.

1. Laske tulot

$$a) (6+i)\overline{(1+i)} \quad b) (2+i)(-1+4i) \quad c) \overline{(1+i/3)(2+2i/3)}$$

Ratk.: $a) 7 - 5i, \quad b) -2 + 7i, \quad c) 4/3 + i.$

2. Laske lukujen $1/(2-i)$ ja $1/(4i)$ reaali- ja imaginaariosat.

Ratk.: Reaaliosat ovat $2/5$ ja 0 , imaginaariosat taasen $1/5$ ja $-1/4$.

Laskaritehtävät.

Tämän kerran tehtävissä on mukana myös kertausluontoinen tehtävä trigonometrisistä funktioista.

1. Sievennä luvut

$$\frac{5}{4-2i} \quad \text{ja} \quad \frac{1}{(1+i)^2}$$

muotoon $x + iy$.

2. Lausu $\cos(4\phi)$ ja $\sin(4\phi)$ lukujen $\sin \phi$ ja $\cos \phi$ avulla.

Vihje: Sovella Moivren kaavaa lukuun z^4 , kun $z = \cos \phi + i \sin \phi$.

3. Ratkaise yhtälö

$$z = \frac{1}{z}, \quad z \in \mathbb{C}.$$

kirjoittamalla suoraan yhtälöt z :n reaali- ja imaginaariosille.

4. Olkoon $z = 1 - i\sqrt{3}$. Laske z^{11} .
5. Määritä kaikki ne kompleksiluvut z , joille $1/z = \bar{z}$.
6. Ratkaise trigonometrinen yhtälö

$$\frac{1}{2} \sin 2\phi + \sin 2\phi \cos 2\phi = \frac{1}{2} (\sin \phi + \cos \phi)^2.$$