

Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 11, 16.12.2010

1. Olkoon kolmitilaisen Markov-prosessin tila-avaruus $E = \{1, 2, 3\}$. Olkoot intensiteetit μ_{12}, μ_{13} ja μ_{23} positiivisia vakioita ja muut nolli. Tilojen tulkinnat ovat 1 = aktiivi, 2 = työkyvytön ja 3 = kuollut. Oletetaan, että

$$\mu_{23} - \mu_{12} - \mu_{13} \neq 0.$$

Määrää mallin implikoima (hetkellä nolla) aktiivin henkilön kuolevuus.

2. Tarkastellaan sairausvakuutusta, jossa yhtiö maksaa aikavälillä $(0, 1)$ vakuutetulle jatkuvaa korvausta intensiteetillä S vakuutetun ollessa sairas. Mallinnetaan vakuutetun tila Markov-prosessiksi, jossa mahdollisia tiloja ovat 'terve' ja 'sairas' (kuolevuus tarkasteltavalla ikävälillä oletetaan nollassi). Oletetaan, että terve sairastuu intensiteetillä σ ja että sairas paranee intensiteetillä τ , missä σ ja τ ovat positiivisia vakioita. Olkoon korkoutuvuus δ positiivinen vakio. Oletetaan, että vakuutettu on terve hetkellä $t = 0$. Määrää vakuutuksen ekvivalenssiperiaatteen mukainen nettokertamaksi.

3. (jatkoa) Oletetaan, että vakuutusmaksua maksetaan jatkuvasti intensiteetillä \bar{P} vakuutetun ollessa terve. Määrää ekvivalenssiperiaatteen mukainen \bar{P} .

4. (jatkoa) Esitä tehtävän 3 mukaisen vakuutuksen vastuovelkaa kuvaavat Thielen yhtälöt. Ratkaise yhtälöistä vastuuelka hetkellä $t \in (0, 1)$, kun vakuutettu on tällöin sairas.

5. Olkoon Markov-prosessi kuten tehtävässä 2. Tarkastellaan vakuutusta, jossa yhtiö maksaa aikavälillä $(0, 1)$ vakuutetulle summan S jokaisella sairastumishetkellä. Määrää vakuutuksen ekvivalenssiperiaatteen mukainen nettokertamaksi, kun korkoutuvuus δ on positiivinen vakio.