

## Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 9, 2.12.2010

1. Tarkastellaan vakuutusta, jossa yhtiö korvaa vakuutetulle määrän  $S = 100$  kuolinhetkellä, jos vakuutettu kuolee ennen hetkeä  $2n = 20$ . Vakuutettu on  $x$ -ikäinen sopimuksen tekohetkellä nolla ja maksaa vakuutuksen kertamaksuna. Hetkellä  $n$  vakuutettu muuttaa vakuutusta siten, että yhtiö maksaa määrän  $S/2$  kuolinhetkellä, jos vakuutettu kuolee ennen hetkeä  $2n$  ja summan  $S/2$  hetkellä  $2n$ , jos vakuutettu on tällöin elossa. Vakuutusmaksu maksetaan hetkestä  $n$  lähtien jatkuvana vakiosuuruisena koko vakuutuskauden ajan. Olkoot korkoutuvuus  $\delta = 0.04$  ja kuolevuus  $\mu = 0.01$  vakioita. Määrää muutoksen jälkeinen maksuintensiteetti.

2. Elämänvaravakuutuksen (mahdollinen) korvaus kauden lopussa on  $S = 100$ . Olkoot kuolevuus  $\mu = 0.02$  ja korkoutuvuus  $\delta = 0.03$  vakioita ja vakuutuskauden pituus  $n = 20$ . Vakuutusmaksua maksetaan jakuvasti koko vakuutuskauden ajan erällä intensiteetillä  $\bar{B}$ . Vakuutuksen hoitamisesta aiheutuvien liikekulujen oletetaan olevan 10 prosenttia bruttovakuutusmaksusta ja vakuutuksen perustamiskustannusten 9 prosenttia vakuutussummasta  $S$ .

a) Määrää  $\bar{B}$ . (Vastausehdotus:  $\bar{B} \approx 4$ ).

b) Vakuutettu haluaa puolittaa vakuutusmaksun tason hetkellä 10. Vakuutussumma  $S$  muutetaan tätä vastaavaksi. Mikä on uusi vakuutussumma.

3. Elämänvaravakuutuksesta korvataan hetkellä  $n$  summa  $S$ , jos vakuutettu on tällöin elossa. Olkoot kuolevuus  $\mu$  ja korkoutuvuus  $\delta$  positiivisia vakioita. Vakuutus alkaa hetkellä  $t = 0$ . Yhtiö sisällyttää vakuutusmaksuun kuormituserän sijoitustoiminnan hoitamisesta aiheutuvia kuluja varten. Näitä oletetaan syntyvän intensiteetillä  $\gamma V(t)$  hetkellä  $t \geq 0$ , missä  $\gamma \in (0, \mu + \delta)$  on vakio ja  $V(t)$  on vastuovelka hetkellä  $t$ . Vakuutus maksetaan  $n$  tasaeränä vuosittain etukäteen. Määrää vakuutuksen bruttovuosimaksu.

4. Tarkastellaan kuolemanvaravakuutusta, jossa korvataan kuolinvuoden lopussa summa  $S$ , jos vakuutettu kuolee ennen hetkeä  $n$ . Olkoot  $i$  ja  $\mu$  ensimmäisen ja  $i_1^*, \dots, i_n^*$  ja  $\mu^*$  toisen kertaluvun perusteet (korkoutuvuus on vakio ensimmäisen kertaluvun perusteessa). Vakuutusmaksuna maksetaan vuosittain etukäteen ekvivalenssiperiaatteen mukainen määrä  $P^{(1)}$  koko vakuutuskauden ajan. Olkoon edelleen  $V(k)$  elossa olevan vakuutetun vastuovelka hetkellä  $k$  juuri ennen  $(k+1)$ . maksuerän  $P^{(1)}$  suorittamista,  $k = 0, 1, \dots, n-1$  (ensimmäisen kertaluvun peruste). Vakuutettu on  $x$ -ikäinen sopimuksen tekohetkellä. Kirjoita vuoden  $k$  satunnaisylijäämä ja tämän toisen kertaluvun perusteilla laskettu odotusarvotason vastine hetkellä  $k-1$  elossa olevalle vakuutetulle,  $k = 1, \dots, n$ . Todista, että viimeksi mainittu on

$$(i_k^* - i) \left( V(k-1) + P^{(1)} \right) - (q_{x+k-1}^* - q_{x+k-1})(S - V(k)).$$

5. (jatkoa) Olkoot  $P^{(1)*}$  ja  $\ddot{a}_{x:\overline{n}}^*$  toisen kertaluvun perusteilla määrätty ekvivalenssiperiaatteen mukainen vuosimaksu ja  $n$  vuoden yksikköeläkkeen pääoma-arvo. Osoita, että kumuloitunut ylijäämä hetkellä  $n$  on

$$(1 + i_1^*) \cdots (1 + i_n^*) \left( P^{(1)} - P^{(1)*} \right) \ddot{a}_{x:\overline{n}}^*.$$