

Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 7, 11.11.2010

Huom. Ti 16.11. ei ole luentoa.

Huom. To 18.11. on harjoitusten sijaan luento klo 14-16, sali C122.

1. Yhtiöllä on hetkellä nolla N vakuutusta, joista kustakin korvataan 20 vuoden kulluttua määrä S_{20} , mikäli vakuutettu on tällöin elossa. Korvaus S_{20} on erään arvopaperin hinta hetkellä 20. Oletetaan, että $\mathbb{P}(S_{20} > 0) = 1$ ja että hinta hetkellä nolla on $S_0 = 1$.

Vakuutettujen elinajat ovat riippumattomia ja samoin jakautuneita satunnaismuuttujia. Iässä x kuolevuus on $\mu(x) = be^{cx}$, missä $b = 0.00005$ ja $c = 0.1$. Vakuutetut ovat kaikki 50-vuotiaita. Kukin vakuutettu maksaa hetkellä nolla kertamaksun $(1 + \lambda)_{20}p_{50}S_0$, missä $\lambda > 0$ on varmuuslisä. Oletetaan edelleen, että elinajat ovat riippumattomia mainitun arvopaperin hintakehityksestä.

Yhtiöllä on hallussaan alkupääomaa määrä U_0 . Tämä ja saadut vakuutusmaksut sijoitetaan hetkellä nolla korvauksen perustana olevaan arvopaperiin. Hetkellä 20 yhtiö myy arvopapereita korvauksiin tarvittavan määrän. Arvioi keskeisen raja-arvolauseen avulla todennäköisyyttä sille, että yhtiö ei selviä sitoumuksistaan, kun $N = 100$, $\lambda = 0.05$ ja $U_0 = 10$.

2. (jatkoa) Hetkellä 10 havaitaan, että 92 vakuutettua on elossa. Lisäksi todetaan, että käytössä ollut kuolevuus on ylimitoitettu. Tulevia vastuita arvioitaessa käytetään kuolevuuden parametreina arvoja $b = 0.00004$ ja $c = 0.1$. Arvioi hetken 10 tilanteessa keskeisen raja-arvolauseen avulla todennäköisyyttä sille, että yhtiö ei selviä sitoumuksistaan.

3. Tarkastellaan elämänvaravakuutusta, jossa maksetaan korvaus S vuoden n lopussa, mikäli vakuutettu on tällöin elossa. Vakuutettu maksaa koko kauden ajan vakuutusmaksuja jatkuvasti ekvivalenssiperiaatteen mukaisesti. Olkoon vakuutettu x -ikäinen hetkellä nolla, korkoutuvuus vakio $\delta > 0$ ja maksuintensiteetti $\bar{P}(t)$ hetkellä $t \in (0, n)$. Olkoon $V(t)$ elossa olevaa vakuutettua koskeva vastuovelka hetkellä $t \in (0, n)$. Osoita, että

$$V(t) = SD_{x+n}/D_{x+t} - \int_t^n \bar{P}(u)D_{x+u}/D_{x+t}du = \int_0^t \bar{P}(u)D_{x+u}/D_{x+t}du,$$

missä $D_y = e^{-\int_0^y (\delta + \mu(s))ds}$ alueessa $y \geq 0$.

4. (jatkoa) Tarkastellaan elämänvaravakuutusta, jossa vakuutettu maksaa jatkuvaa vakuutusmaksua haluamallaan intensiteetillä (jota ei päätetä sopimusta tehtäessä). Jos vakuutettu on elossa hetkellä n , suorittaa yhtiö korvauksen $\int_0^n \bar{P}(u)D_{x+u}/D_{x+n}du$, missä $\bar{P}(u)$, $u \in (0, n)$ on toteutunut intensiteetti, jolla vakuutusmaksuja on maksettu. Tee perusteltu ehdotus elossa olevaa vakuutettua koskevaksi vastuovelaksi hetkellä $t \in (0, n)$.

5. Kahden hengen kuolemanvaravakuutuksessa maksetaan korvaus S jälkimmäisen kuoleman sattuessa, mikäli tämä sattuu ennen hetkeä n . Olkoot vakuutettujen iät sopimuksen tekohetkellä nolla x ja y ja korkoutuvuus vakio δ . Vakuutusmaksua maksetaan jatkuvasti ekvivalenssiperiaatteen mukaisella vakiointensiteetillä \bar{P} niin kauan kuin molemmat ovat elossa, kuitenkin korkeintaan n vuotta. Määrää vakuutuksen vastuovelka hetkellä $t \in (0, n)$ sopivia elinaikoja vastaavien kuolemanvara- ja eläkevakuutusten nettokertamaksujen avulla, kun kumpikin vakuutettu on elossa. Mikä on vastuovelka, jos vain x -ikäinen elää.