

## Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 6, 4.11.2010

Tehtävissä 1-4 tarkasteltavat elinajat oletetaan toisistaan riippumattomiksi.

1. Kahden vakuutetun sopimuksessa aletaan maksaa heti jatkuvaa eläkettä yhteensä  $2e_2$  yksikköä vuodessa. Eläke laskee  $e_1$  yksikköön, kun jompi kumpi kuolee ja lakkaa kokonaan, kun molemmat ovat kuolleet. Oletetaan, että vakuutettujen elinajat ovat eksponenttijakautuneita parametrein  $\mu_1$  ja  $\mu_2$  (odotusarvot  $1/\mu_1$  ja  $1/\mu_2$ ). Olkoon korkoutuvuus  $\delta > 0$ . Osoita, että eläkkeen nettokertamaksu on

$$P = \frac{e_1}{\delta + \mu_1} + \frac{e_1}{\delta + \mu_2} + \frac{2(e_2 - e_1)}{\delta + \mu_1 + \mu_2}.$$

2. Kolmen hengen kuolemanvaravakuutus on voimassa  $n$  vuotta. Henkilöiden iät ovat  $x_1, x_2$  ja  $x_3$ . Sopimuksen mukainen korvaus on  $2S$  ensimmäisenä,  $5S$  toisena ja  $10S$  kolmantena kuolinhetkenä. Määrää vakuutuksen nettokertamaksu suureiden  $A_{x_{j_1} \dots x_{j_k} : \bar{n}}(\mathbb{K})$  avulla.

3. Olkoon  $N$ :n henkilön elämänvaravakuutus voimassa  $n$  vuotta. Korvauksena maksetaan summa  $S_j$ , jos ainoastaan henkilö  $j$  on elossa vakuutuksen päättyessä,  $j = 1, \dots, N$ . Muuten ei makseta mitään. Tarkastellaan vakuutuksen nettokertamaksun esityksiä suureiden  $A_{x_{j_1} \dots x_{j_k} : \bar{n}}(\mathbb{V})$  lineaariyhdistelminä, missä  $x_j$  tarkoittaa henkilön  $j$  ikää sopimuksen tekohetkellä. Esitä lineaarinen yhtälöryhmä, jonka ratkaisuna saadaan kaikki suureiden  $A_{x_{j_1} \dots x_{j_k} : \bar{n}}(\mathbb{V})$  kertoimet mainitussa esityksessä.

4. (jatkoa) Osoita, että  $A_{x_{j_1} \dots x_{j_k} : \bar{n}}(\mathbb{V})$ :n kerroin on

$$(-1)^{k+1}(S_{j_1} + \dots + S_{j_k}).$$

5. Kahden hengen vakuutuksessa maksetaan vakuutetuille yhteensä jatkuvaa eläkettä määrä  $S$  vuodessa, jos vähintään toinen vakuutetuista on elossa. Vakuutettujen elinajat ovat muotoa

$$T_i = \min(\tau_i, \tau_3), \quad i = 1, 2,$$

missä  $\tau_1, \tau_2$  ja  $\tau_3$  ovat riippumattomia eksponenttijakautuneita satunnaismuuttujia parametrein  $\mu_1, \mu_2$  ja  $\mu_3$  (odotusarvot  $1/\mu_1, 1/\mu_2$  ja  $1/\mu_3$ ). Määrää vakuutuksen nettokertamaksu, kun korkoutuvuus on vakio  $\delta$ .