

Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 5, 21.10.2010

1. Olkoon kuolevuus μ jatkuva ja korkoutuvuus δ vakio. Tarkastellaan kuolemanvaravakuutusta, jossa korvaus kuolinhetkellä on S . Vakuutettu olkoon x -ikäinen ja vakuutuskauden pituus $n \in \mathbb{N}$. Olkoon $t \in (0, n)$ ja $K(t)$ hetkeen t mennessä maksettujen korvausten kokonaismäärä. Määrää $\mathbb{E}(K(t))$.

Esitä $\mathbb{E}(K(t))$ jatkuvana kassavirtana ts. määrää sellainen funktio b , että

$$\mathbb{E}(K(t)) = \int_0^t b(u)du, \quad \forall t \in (0, n).$$

Mikä on koko kassavirran nykyarvo.

2. Yhtiö hinnoittelee kaikki henkivakuutuksensa ekvivalenssiperiaatteen mukaisesti käyttäen jokaiselle vakuutukselle samaa korko- ja kuolevuusoletusta. Tarkastellaan x -ikäisen vakuutetun vakuutusmaksuja. Oletetaan, että n vuodeksi otetun kuolemanvaravakuutuksen nettokertamaksu on a , kun kuolintapauskorvaus on 1. Olkoon edelleen heti alkavan n vuoden jatkuvan määräaikaisen eläkkeen nettokertamaksu b , kun korvausintensiteetti on 1. Tarkastellaan elämänvaravakuutusta, jossa vakuutettu saa n :n vuoden kuluttua summan S , jos on tällöin elossa. Vakuutusmaksua maksetaan jatkuvasti koko kauden $[0, n]$ ajan intensiteetillä \bar{P} . Määrää \bar{P} , kun korkoutuvuus on δ . (Vihje: osoita, että $A_{x:\overline{n}|}(K) = 1 - A_{x:\overline{n}|}(V) - \delta \bar{a}_{x:\overline{n}|}$.)

3. Olkoot kuolevuus μ ja korkoutuvuus δ positiivisia vakioita. Olkoon vakuutettu x -ikäinen sopimuksen tekohetkellä ja vakuutuskausi n vuotta. Tarkastellaan seuraavaa vakuutusta, jossa vakuutettu maksaa kertamaksun P sopimuksen tekohetkellä. Jos vakuutettu kuolee ennen hetkeä n , maksetaan korvaus S kuolinhetkellä. Muussa tapauksessa suoritettu vakuutusmaksu P palautetaan hetkellä n . Määrää ekvivalenssiperiaatteen mukainen P .

4. Oletetaan, että vallitsevia kuolinsyitä on kaksi ja että näihin liittyvät jäljellä olevat elinajat ovat riippumattomia. Jos i olisi ainut kuolinsyy, olisi vastasyntyneen jäljellä olevan elinajan T_i kertymäfunktio F_i ,

$$F_i(t) = 1 - e^{-\mu_i t}, \quad i = 1, 2,$$

missä μ_1 ja μ_2 ovat positiivisia vakioita ($t \geq 0$). Määrää x -ikäisenä n :ksi vuodeksi otettavan heti alkavan jatkuvan eläkkeen nettokertamaksu, kun maksettavan eläkkeen intensiteetti on vakio \bar{S} ja korkoutuvuus on vakio $\delta > 0$.

5. Olkoon vakuutettu x -ikäinen sopimuksen tekohetkellä. Yhtiö alkaa maksaa heti e_1 -suuruista eläkettä vuosittain etukäteen. Iässä $w > x$ eläkkeen suuruus muuttuu e_2 :ksi. Eläkettä maksetaan niin kauan kuin vakuutettu on elossa. Oletetaan, että $x, w \in \mathbb{N}$. Osoita, että vakuutuksen nettokertamaksu on

$$P = e_2 \ddot{a}_x + (e_1 - e_2) \ddot{a}_{x:\overline{w-x}|}.$$