

Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 4, 14.10.2010

1. Määrää Makeham-kuolevuuteen liittyvä elinajan kertymäfunktio sekä elossapysymistodennäköisyydet ${}_t p_x$ ($t > 0, x > 0$). Osoita, että mallissa y -ikäisen jäljellä olevaan elin-aikaan liittyvä kuolevuus on myös eräs Makeham-kuolevuus ($y > 0$).

2. Olkoon kuolevuus μ kasvava iän funktio. Osoita, että $\mathbb{E}(T(x))$ on vähenevä x :n funktio.

3. Olkoon henkilön 1 kuolevuus μ ja henkilön 2 kuolevuus $c\mu$, missä μ on jatkuva ja c positiivinen vakio. Määrää todennäköisyys sille, että henkilö 1 kuolee ennen henkilöä 2. Molemmat henkilöt oletetaan vastasyntyneiksi ja elinajat toisistaan riippumattomiksi.

4. Tarkastellaan kuolemanvaravakuutusta, jossa korvaus kuolinhetkellä on S . Vakuutettu olkoon x -ikäinen ja vakuutuskauden pituus $n \in \mathbb{N}$. Okoon ξ korvauksen nykyarvoa kuvaava satunnaismuuttuja vakuutuksen alkamishetkellä. Osoita, että

$$\text{Var}(\xi) = S^2[A_{x:\overline{n}|}^{(2\delta)}(K) - A_{x:\overline{n}|}^{(\delta)}(K)^2],$$

missä yläindeksit 2δ ja δ ilmaisevat, mitä korkoutuvuutta pääoma-arvon laskennassa käytetään.

5. Olkoot kuolevuus μ ja korkoutuvuus δ molemmat vakioita. Määrää n vuodeksi otetun elämänvaravakuutuksen nettokertamaksu, kun (mahdollinen) korvaus vuoden n lopussa on S .

Talletetaan edellä johdettua nettokertamaksua vastaava rahamäärä tilille n vuodeksi. Määrää sellainen korkoutuvuus δ' , että tilin saldo hetkellä n on S .