

Tehtävissä 1-3 ratkaise systeemin  $\bar{x}' = A\bar{x}$  perusjärjestelmä käyttäen matriisimenetelmää.

$$1. \quad A := \begin{pmatrix} 6 & -8 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad 2. \quad A := \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ -5 & -8 \end{pmatrix}, \quad 3. \quad A := \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & -5 & -6 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Huom! Seuraavissa tehtävissä esiintyviä matriisiekspponentteja käsitellään monisteessa, jota voi noutaa luennoitsijan huoneesta D339 esim. to 18.11 klo 13-14 tai vastaanottoaikana, tai seuraavilla luennoilla.

4. Laske, mikä on vektori  $e^{100A}\bar{v}$ , kun  $A$  on tehtävän 1 matriisi sekä  $\bar{v} = (3, 1)^T$ . (Lausu  $\bar{v}$  matriisin  $A$  ominaisvektorien lineaarikombinaationa jne.)

5.–6. Olkoon  $A$   $2 \times 2$ -matriisi, jolla on vain yksi ominaisarvo  $\lambda$ , jonka algebrallinen kertaluku on 2 ja geometrinen kertaluku 1 (eli  $\lambda$  on kaksinkertainen ominaisarvo, jota vastaavan ominaisavaruuden dimensio on vain 1). Tällöin pätee

$$e^{At} = e^{\lambda t}(I + (A - \lambda I)t).$$

Käytä tätä hyväksi ja laske matriisi  $e^{tA}$ , kun

$$5. \quad A := \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad 6. \quad A := \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$