

Differentiaaliyhtälöt II
HY/Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Laskuharjoitus 2
Syksy 2010

1. Laske $A\bar{f}'$, kun $\bar{f} = (\sin t, \cos t, 1)^T$ ja

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & e^t \\ 0 & e^{2t} & 3 \\ e^{3t} & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Olkoon

$$A = \begin{pmatrix} t & 0 & 2 \\ 2 & 0 & t \\ 0 & t^2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Millä t :n arvoilla matriisi A on kääntyvä? Entä matriisi A' ?

3. Ratkaise yhtälösystemi

$$\bar{x}'(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} \bar{x}(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ t^2 \end{pmatrix},$$

missä $\bar{x}(t) \in \mathbb{R}^2$, palauttamalla se 2. kertaluvun lineaariseksi yhtälöksi.

4. Ratkaise eliminointimenetelmällä seuraava systeemi ja esitä sen perusjärjestelmä

$$\bar{y}'(t) = \begin{pmatrix} -2 & 1/2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \bar{y}(t) \quad , \quad \bar{y}(t) \in \mathbb{R}^2$$

5. Osoita, että vektorifunktiot $\bar{x}_1 := (2, e^t)^T$ ja $\bar{x}_2 := (e^{-t}, 1)^T$ muodostavat systeemin

$$\bar{x}' = \begin{pmatrix} 1 & -2e^{-t} \\ e^t & -1 \end{pmatrix} \bar{x}(t)$$

perusjärjestelmän.

6. Etsi seuraavan systeemin perusjärjestelmä:

$$\bar{x}'(t) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ t & -1 \end{pmatrix} \bar{x}(t) \quad , \quad \bar{x}(t) \in \mathbb{R}^2.$$