

1. Ratkaise seuraavat lineaariset differentiaaliyhtälöt (etsi yksittäinen ratkaisu käyttäen sopivaa yrittettä, vrt. oheislukemisto, lause 2.4.6)

$$\text{a) } y'(x) + 5y(x) = x^2 \quad , \quad \text{b) } \frac{df(t)}{dt} = \cos(3t) - f(t).$$

2. Ratkaise seuraava Bernoullin yhtälö tuntemattomalle funktiolle $y = y(x)$:

$$y' = 2y - y^4 e^{-3x}.$$

3. Pyöreäpohjaisen tynnyrin korkeus on 2 m ja pohjan säde 0,5 m, ja se on täynnä 5-prosenttista suolavettä. Tynnyriin lasketaan suolatonta vettä nopeudella 10 litraa/min, ja siitä poistuu täysin sekoittunutta vettä samalla nopeudella. Milloin tynnyrin vesi on pitoisuudeltaan 1-prosenttista?

4. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$(y')^2 \cos x + 2y'y'' \sin x = 0.$$

5. Loch Ness-järvessä laskettiin olevan vuonna 2005 järvitaimenkanta, jonka suurus oli 5000 yksilöä, sekä vuonna 2010 4000 yksilöä. Oletetaan, että taimenpopulaatio $N(t)$ noudattaa logistista yhtälöä

$$N'(t) = rN(t) \left(1 - \frac{N(t)}{K}\right).$$

Parametrin r arvoksi arvioidaan 0,1 kun aikayksikkönä käytetään vuotta. Laske parametrin K arvo ylläolevista tiedoista.

6. Kuinka paljon arvioit Loch Nessissä olevan järvitaimenia vuonna 2015?

1. Solve the following linear differential equations (find a special solution using a suitable trial function, cf. extra lecture material, Theorem 2.4.6):

$$\text{a) } y'(x) + 5y(x) = x^2 \quad , \quad \text{b) } \frac{df(t)}{dt} = \cos(3t) - f(t).$$

2. Solve the following Bernoulli equation for the unknown function $y = y(x)$:

$$y' = 2y - y^4 e^{-3x}.$$

3. A barrel with circular bottom is 2 meters high, the radius of the bottom is 0,5 meters, and it is filled by salinated water containing 5 % salt. There is a flow of pure water into the barrel with intensity of 10 liters/minute, and a flow out of barrel of completely mixed water with the same intensity. At which time is the salt concentration in the barrel exactly 1 % ?

4. Solve the differential equation

$$(y')^2 \cos x + 2y'y'' \sin x = 0.$$

5. It was estimated that the trout population of the Lake Loch Ness consisted of 5000 individuals in the year 2005 , and 4000 individuals in 2010. Assume that the trout population $N(t)$ follows the logistic equation

$$N'(t) = rN(t)\left(1 - \frac{N(t)}{K}\right).$$

The parameter r is estimated equal to 0,1, when the time unit one year is used. Your task is to calculate the parameter K using the above given data.

6. What is your estimate for the trout population of the Lake Loch Ness in the year 2015?