

1. Laske osittaisderivaatat f_x ja f_y , kun $f = f(x, y)$ on funktio

a) $x^2y^3 + y \sin(2x)$, b) $e^{x-y} + xe^{y^2} - 3e^{2xy}$, c) $\cos(y \sin(xy))$.

2. Takaako OY-lause yksikäsitteisen ratkaisun seuraaville alkuarvotehtäville:

a) $y' + e^x = \cos y$, $y(\pi) = 2$, b) $y' = (1 - y^2)^{1/4} + 3x$, $y(1) = 0$,

c) $yy' = x^2$, $y(1) = 0$, d) $y' = (y - 1)^{1/3}$, $y(4) = 0$?

3. Ratkaise seuraavista differentiaaliyhtälöistä ne, jotka ovat eksakteja:

a) $4xy - 1 + (4 + 2x^2)y' = 0$, b) $\sin x \sin y - (\cos x \cos y)y' = 0$, c) $x^3y^2 + y^3x^2y' = 0$.

4. Ratkaise seuraavat differentiaaliyhtälöt palauttamalla ne separoituvksi yhtälöiksi sopivan apufunktion avulla:

a) $y' = \frac{y^2 + 2xy}{x^2}$, b) $y' = (x + y)^2$.

5. Osoita, että lauseketta

$$\frac{y}{x} - 10x$$

ei voi esittää muodossa $G(y/x)$ millään jatkuvalla funktiolla G . (Toisin sanoen, differentiaaliyhtälö $y' = y/x - 10x$ ei ole tasa-asteinen. Ohje. Tee vastaoletus ja kirjoita yhtälö, jossa toisella puolella on pelkästään x . Johda ristiriita tarkastelemalla eri x :n ja y :n arvoja.)

6. Ratkaise seuraava yhtälö tuntemattomalle funktiolle $y = y(x)$:

$$\frac{1}{y(x)} + \left(2y(x) - \frac{x}{y(x)^2}\right)y'(x) = 0$$