INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK
Analys I
Övning 3
27.9-1.10.2010

I dessa uppgifter övar vi att använda definitionen av gränsvärdet för en talföljd.

1. Anta att för alla n gäller
$$x_n = \frac{n+3}{3n+1}.$$
Visa att $\lim_{n\to\infty} x_n = \frac{1}{3}$.

2. Visa att
$$\lim_{n\to\infty} \frac{n-7}{n^2+7} = 0.$$

3. Visa att
$$\frac{n^2+7}{7n^3-1} \to 0 \ \text{då}\, n \to \infty.$$

4. Visa att påståendet
$$\lim_{n\to\infty} \frac{n+3}{3n+1} = 1.$$
inte gäller. I lösningen bör man utgå från definitionen av gränsvärdet för en talföljd. (En extra fråga som inte behöver lösas: skulle detta också följa från uppgift 1 och satserna i kompendiet?)

5. Anta att $a < \lim_{n\to\infty} x_n < b$. (Antagandet innehåller det faktum att denna talföljd konvergerar.) Visa att det finns ett sådant K att $a < x_n < b$ för varje $n > K$. Det är avsikten att också denna uppgift löses utgående från definitionen av gränsvärdet för en talföljd.

6. Vi antar att talföljden (x_n) konvergerar. Anta att för alla n gäller
$$y_n = (-1)^n x_n.$$
Visa att följden (y_n) konvergerar om $\lim_{n\to\infty} x_n = 0$. Hur är det om vi lämnar bort detta antagande?