

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys I

Övning 2

20.9-24.9.2010

I dessa uppgifter övar vi definitionen av absolutbeloppet och hur absolutbeloppet kan användas i uppskattningar.

1. Vilka reella tal satisfierar olikheten $|3x + 1| < 2$?
2. Anta att $|x - \sqrt{2}| < 2^{-1000}$ och $|y - \sqrt[3]{3}| < 2^{-1000}$. Vilken slutsats kan du dra om avståndet $|(x + y) - (\sqrt{2} + \sqrt[3]{3})|$ mellan talens summor på basen av triangelolikheten?
3. Anta att $|x - 3| < 3^{-300}$. Gäller då nödvändigtvis att $|x^2 - 9| < 3^{-298}$? I uppgiften lönar det sig att uppskatta uttrycket $|x^2 - 9|$ uppåt i intervallet $]2, 4[$.
4. Sök ett sådant tal $K > 0$ att för varje punkt x i intervallet $]0, 2[$ gäller att

$$\left| \frac{x+1}{2x+3} - \frac{2}{5} \right| \leq K|x-1|.$$

5. Anta att $|x - 1| < 10^{-100}$. Gäller då att

$$\left| \frac{x+1}{2x+3} - \frac{2}{5} \right| < 10^{-101}?$$

6. Sök ett sådant tal $h > 0$ att

$$\left| \frac{x+1}{2x+3} - \frac{2}{5} \right| < 10^{-999}$$

alltid när $|x - 1| < h$.