

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys I

Handledning 9

22.11-26.11.2010

Kom ihåg att egna frågor är fortsättningsvis det viktigaste att fundera på under handledningarna. Och att man får fråga om allt!

1. Definiera $f(x) = x^2$. Presentera funktionens ändring som

$$f(1+h) = f(1) + 7h + h\alpha(h) = 1 + 7h + h\alpha(h).$$

Strider resultatet mot karakteriseringssatsen?

2. Vi antar att funktionen f är kontinuerlig i intervallet $[1, 3]$ och deriverbar i intervallet $]1, 3[$. Vi antar dessutom att vi för alla $x \in]1, 3[$ har $1 < f'(x) < 4$. Vad vet vi om värdet $f(3)$ om $f(1) = 1$? Hur kan du motivera ditt resultat utgående ifrån vad vi gått igenom under kursen?
3. Vi antar att funktionen f är kontinuerlig i intervallet $[1, 3]$ och deriverbar i intervallet $]1, 3[$. Vi antar dessutom att vi för alla $x \in]1, 3[$ har $1 < f'(x) < 4$. Vad vet vi om värdet $f(1)$ om $f(3) = 1$? Hur kan du motivera ditt resultat utgående ifrån vad vi gått igenom under kursen?
4. (Härledning av deriveringsregeln för produkt med hjälp av karakteriseringssatsen.) Vi antar att funktionerna f och g är deriverbara i punkten x . Då gäller enligt karakteriseringssatsen

$$f(x+h) = f(x) + f'(x)h + h\varepsilon_1(h)$$

och

$$g(x+h) = g(x) + g'(x)h + h\varepsilon_2(h),$$

där $\varepsilon_1(h) \rightarrow 0$ och $\varepsilon_2(h) \rightarrow 0$ när $h \rightarrow 0$. Modifiera produkten

$$(f(x) + f'(x)h + h\varepsilon_1(h))(g(x) + g'(x)h + h\varepsilon_2(h))$$

och utläs deriverbarheten av produkten fg i punkten x samt deriveringsregeln för en produkt.