

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys I

Handledning 4

4.10-8.10.2010

1. Utred med hjälp av sats 4.7

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 5n + 7}{(n+2)(n+4)}$$

Kom ihåg satsens ”om, så” struktur! I uppgiften får vi känna till gränsvärden för konstanta följder, samt att $\frac{1}{n} \rightarrow 0$ när $n \rightarrow \infty$.

2. Vi antar att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a,$$

och att $a \neq 0$.

Visa att det existerar ett sådant heltal K att vi för varje $n > K$ har $|x_n| > \frac{1}{2}|a|$. Uppgiften blir mer åskådlig om vi separat betraktar fallen $a < 0$ och $a > 0$.

3. Bestäm supremum och infimum för mängden

$$\left\{ \frac{n-1}{n} \mid n = 1, 2, 3, \dots \right\}.$$

Har mängden ett största eller ett minsta element?

4. Induktion! Vad vet du om det? Vad vill du veta om det? Visa att

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

för alla $n = 1, 2, 3, \dots$