

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys I

Handledning inför 2:a delförhöret

13.12-17.12.2010

1. Utred

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x+1)(4x+3)}{(6x+5)(8x+7)}.$$

I lösningen får man använda kursens satser samt information om konstanta funktioners gränsvärden. Noggrann motivering!

2. Vi definierar funktionen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ med villkoret $f(x) = x|x|$. Är funktionen f deriverbar i punkten $x = 0$? Noggrann motivering!

3. Visa att ekvationen

$$\frac{1}{x^{13} + x^5 + 1} + \frac{1}{x^7 + 1} = 1.$$

har en positiv rot.

4. Svara på följande frågor.

(a) Ge ett exempel på en funktion $g:]-1, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ som uppfyller villkoren $g(0) = g'(0) = g''(0) = 0$ och $g'''(0) > 0$. Har funktionen i ditt exempel lokala extremvärden i punkten $x = 0$? Motivering! (2 p.)

(b) Anta att funktionen $f:]-1, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ uppfyller villkoren $f(0) = f'(0) = f''(0) = 0$ och $f'''(0) > 0$. Visa att funktionen f inte har lokala extremvärden i punkten $x = 0$. (4 p.)