

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys I

Handledning 2

20.9-24.9.2010

1. (a) Vilket intervall bildar de reella talen x vars närmevärde med två decimalers noggrannhet är 23,14.
(b) Vi antar att $|x - e^\pi| < 2^{-1}10^{-1}$. Utgående från detta, vad kan vi säga om decimalutvecklingen av talet x ?
(c) Vad kan vi säga om $|x - e^\pi| < 2^{-1}10^{-23}$?
(Decimalutvecklingen av e^π börjar såhär:
23,14069263277926900572908636794854738026610624260021.)
2. Vilka tal uppfyller olikheten $|2x - 3| < 1$? Tips: använd absolutbeloppslemmat $|x| < a$ om och endast om $-a < x < a$ (där a är positivt.)
3. Motivera med den exakta definitionen av absolutbelopp att
 - (a) $|x| \geq 0$;
 - (b) $|x| = |-x|$;
 - (c) $|xy| = |x||y|$. (Båda talen kan oberoende av varandra vara < 0 , $= 0$ eller > 0 . Gå igenom alla 9 fall.)
4. (a) Gäller det för alla x att $x^5 - 1 = (x - 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$? (För att kontrollera detta räcker naturligtvis multiplikation av polynom.)
(b) Hitta ett sådant tal $K > 0$ att alla tal x i intervallet $]0, 2[$ uppfyller $|x^5 - 1| \leq K|x - 1|$.
(c) Existerar det ett sådant positivt tal h att $|x^5 - 1| < 7^{-77777}$ alltid när $|x - 1| < h$?