

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys I

Handledning 10

29.11-3.12.2010

1. Undersök möjliga största och minsta värden samt lokala extremvärden för funktionen $f : [0, 7] \rightarrow \mathbb{R}$ då

$$f(x) = |(x - 2)^2 - 1|$$

för varje $x \in [0, 7]$. Noggranna motiveringar! (Kontrollera i kompendiet på sidorna 57 och 58 hur lokala extremvärden motiveras där.)

2. Anta att f är kontinuerlig i intervallet $[0, 1]$ och att för varje $x \in]0, 1[$ gäller

(a) $f'(x) \leq 1$;

(b) $f'(x) \leq x^7$.

Vad vet vi i fallet (a) och (b) om värdet $f(1)$ om $f(0) = 2$? I (b)-fallet lönar det sig att undersöka "hjälpfunktionen" som definieras med uttrycket $\frac{1}{8}x^8 - f(x)$.

3. Vi antar att $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ är kontinuerlig och deriverbar. Vi antar dessutom att vi för varje $x \in]-1, 1[$ har att $|f'(x)| \leq 10$. Ge ett exempel på ett sådant tal $\delta > 0$ att det för varje $x, y \in [-1, 1]$ gäller: om $|x - y| < \delta$, så är $|f(x) - f(y)| < 10^{-2010}$.
4. Visa att funktionen $f(x) = x^7$ har en invers funktion $\sqrt[7]{y}$ som är definierad överallt. Var är den deriverbar? Behandla punkten $y = 0$. Det lönar att bekanta sig med sidorna 43 och 50 i kompendiet.