

Tilastollinen päättely, syksy 2009 - kevät 2010

Harjoitus 10, viikko 8

1. Olkoon Y_1, \dots, Y_n riippumaton otos eksponenttiperheen jakaumasta, jonka ptf/ftf on muotoa

$$f(\mathbf{y}; \theta) = c(\theta)h(\mathbf{y})e^{\phi(\theta)t(\mathbf{y})},$$

jossa c ja h ovat ei-negatiivisia funktioita ja $\phi(\theta)$ on aidosti kasvava funktio reaalista parametrilla θ (vrt. 4.2.5 ja teht. 2.20). Näytä, että syntyvällä mallilla $f_{\mathcal{Y}}(\mathbf{y}; \theta)$ on monotoninen uskottavuusosamäärä. Mitä muotoa ovat kriittiset alueet tasaisesti voimakkaimmassa yksisuuntaisessa testissä? [Monisteen harjoitustehtävä 5.11]

2. a) Olkoot $Y_1, \dots, Y_n \sim P(\mu) \perp\!\!\!\perp$. Johda uskottavuusosamäärän testisuureen lauseke, kun testattavana on $H_0: \mu = \mu_0$.
- b) Eräässä tienristeyksessä on pitkällä aikavälillä sattunut keskimäärin 7.2 onnettomuutta kuukaudessa. Risteykseen asennetaan liikennevalot. Sitä seuraavan vuoden aikana sattuu yhteensä 60 onnettomuutta. Testaa uskottavuusosamäärän testiä ja χ^2 -approksimaatiota käyttämällä, voidaanko valojen asentamisen katsoa vaikuttaneen onnettomuuksien määrään. Oletetaan, että onnettomuuksien lukumäärä kuukaudessa on Poisson-jakautunut.

[Monisteen harjoitustehtävä 5.12]

3. Monisteen esimerkin 2.4.6 a-asetelmassa saadaan otokseen ($n = 50$) genotyyppejä rr, rR ja RR vastaavasti 4, 20 ja 26 yksilöä. Laske parametrin θ suurimman uskottavuuden estimaatti ja testaa kaksisuuntaisella Waldin testillä nollahypoteesia $H_0: \theta = 0.2$. [Monisteen harjoitustehtävä 5.14]
4. a) Olkoot $Y_1, \dots, Y_n \sim B(\theta) \perp\!\!\!\perp$. Johda uskottavuusosamäärän testisuureen $r(\mathbf{y})$, Waldin testisuureen $w(\mathbf{y})$ ja Raon pistemäärätestisuureen $u(\mathbf{y})$ lauseke, kun testattavana hypoteesina on $H_0: \theta = \theta_0$.
- b) Koetilanteessa 25 satunnaisesti valittua henkilöä maistoi vanhaa ja uutta olutlaatua ja 60% piti uutta parempana. Tutki Raon pistemäärätestiä ja parvon χ^2 -approksimaatiota käyttämällä väitettä, ettei olutlaatujen välillä ole havaittavaa eroa. Entä jos koehenkilöitä olisi ollut 250?